

الفضاء  $\mathcal{E}$  منسوب إلى م م م م  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

(A) المستقيم:  $D(A, \vec{u})$  هو مستقيم مار من  $A(x_A, y_A, z_A)$  وموجه بـ  $\vec{u}(\alpha, \beta, \gamma)$

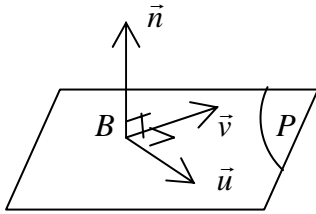
$$(D): \frac{x-x_A}{\alpha} = \frac{y-y_A}{\beta} = \frac{z-z_A}{\gamma} \quad \text{فإن} \quad \alpha, \beta, \gamma \neq 0 \quad \text{وإذا كانت} \quad (D): \begin{cases} x = x_A + t\alpha \\ y = y_A + t\beta \\ z = z_A + t\gamma \end{cases} / t \in \mathbb{R}$$

(2) المستوى (a): المستوى المعرف بنقطة ومتجهتان غير مستقيمتان  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$

$$M(x, y, z) \in (P) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}, \vec{v}) = 0 \quad (a_1)$$

(a2) لدينا  $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{n}$  ، و  $\vec{n}$  منظمية على  $(P)$  إذن معادلة  $(P)$  تكون على شكل:

$$\vec{n}(a, b, c) \quad \text{حيث} \quad (P): ax + by + cz + d = 0$$



(b) المستوى المعرف بنقطة ومتجهة منظمية  $\vec{n}(a, b, c)$

$$M \in (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} \cdot \vec{n} = 0$$

إذن معادلة  $(P)$  تكون على شكل:  $ax + by + cz + d = 0$

ولتحديد  $d$  نعوض  $x$  و  $y$  و  $z$  بإحداثيات  $B$  ( $B \in P$ ).

(3) الفاكّة

(a) الفاكّة المعرفة بمركزها  $\Omega(x_0, y_0, z_0)$  وشعاعها  $R$  ( $R \geq 0$ )

$$M(x, y, z) \in S(\Omega, R) \Leftrightarrow \Omega M = R$$

$$(S): (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2$$

(b) الفاكّة المعرفة بأحد أقطارها  $[AB]$

$$M \in (S) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$$

$$(S): (x-x_A)(x-x_B) + (y-y_A)(y-y_B) + (z-z_A)(z-z_B) = 0$$

(B) الأوضاع النسبية

(1) لمستقيمين في الفضاء:  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  مستقيمتين  $D(A, \vec{u}) \parallel \Delta(B, \vec{v}) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$$

$$D(A, \vec{u}) \perp \Delta(B, \vec{v}) \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

(2) لمستقيم ومستوى:  $\vec{n}$  منظمية على  $(P)$

$$P \perp D \Leftrightarrow \vec{n} \wedge \vec{u} = \vec{0}$$

و  $\vec{u}$  موجهة لـ  $(D)$

$$P \perp D \Leftrightarrow (P) \text{ هي متجهة موجهة لـ } (D)$$

$$\begin{cases} x = x_A + t\alpha \\ y = y_A + t\beta \\ z = z_A + t\gamma \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases}$$

ملاحظة: لدراسة الوضع النسبي لمستقيم ومستوى تحليليا، نحل النظام:

هناك ثلاث حالات : (1)  $D \cap P = \emptyset$

(2)  $D \subset P$

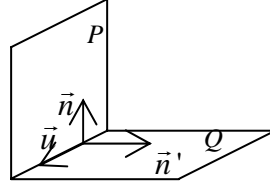
(3)  $(P)$  و  $(D)$  يتقاطعان في نقطة وحيدة.

(3) مستوى ومستوى :  $(P): ax+by+cz+d=0$  و  $(Q): a'x+b'y+c'z+d'=0$

(a)  $(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow$  الأعداد  $a$  و  $b$  و  $c$  متناسبة مع الأعداد  $a'$  و  $b'$  و  $c'$ .

(b)  $(P) \perp (D) \Leftrightarrow \vec{n} \perp \vec{n}' \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$

(c)  $\vec{n} \wedge \vec{n}' = \vec{u}$  و  $\vec{u} \neq \vec{0} \Leftrightarrow (P)$  و  $(Q)$  متقاطعان وتقاطعهما هو مستقيم موجه بالمتجهة  $\vec{u}$ .



(4) فلكة ومستقيم :  $S(\Omega, R)$  و  $D(A, \vec{u})$

$$d(\Omega, D) = \frac{\|\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u}\|}{\|\vec{u}\|} = d$$

الحالة ①  $R < d \Leftrightarrow S \cap D = \emptyset$

الحالة ②  $R = d \Leftrightarrow D$  مماس للفلكة  $(S)$

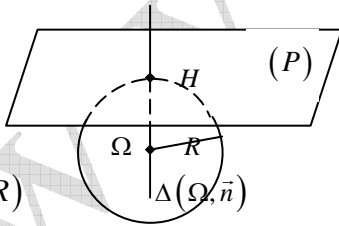
الحالة ③  $R > d \Leftrightarrow D$  يقطع  $(S)$  في نقطتين.

$$\begin{cases} x = x_A + t\alpha \\ y = y_A + t\beta \\ z = z_A + t\gamma \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2a_1x - 2b_1y - 2c_1z + d_1 = 0 \end{cases} \quad / \quad t \in \mathbb{R}$$

ملاحظة : لدراسة تقاطع مستقيم وفلكة تحليليا، نحل النظام

(5) فلكة ومستوى :  $S(\Omega, R)$  ,  $\Omega(x_0, y_0, z_0)$  .  $(P): ax+by+cz+d=0$

$$d(\Omega, (P)) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = h$$



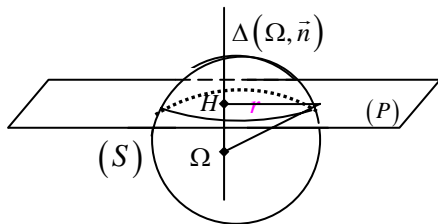
$S(\Omega, R)$

$\Omega H = R$

الحالة ①  $h > R \Leftrightarrow S \cap P = \emptyset$

الحالة ②  $h = R \Leftrightarrow$  المستوى  $(P)$  مماس للفلكة  $(S)$

الحالة ③  $h < R \Leftrightarrow (S) \cap (P) = \ell(H, r)$



حيث  $H$  هي نقطة تقاطع المستوى  $(P)$

$$\Omega H = h$$

$$(\Delta) : \begin{cases} x = x_0 + ta \\ y = y_0 + tb \\ z = z_0 + tc \end{cases} / t \in \mathbb{R} \quad \text{والمستقيم}$$

$$R^2 = r^2 + h^2 \quad \text{و}$$

$$r = \sqrt{R^2 - h^2}$$

$$\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{و} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz' \quad (1) \quad (C)$$

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} x & x' \\ z & z' \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} \vec{k} \quad (2)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) \quad (3)$$

$$\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \sin(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) \quad (4)$$

$$S = \frac{1}{2} \|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\| \quad \text{هي مساحة المثلث } ABC \quad (D)$$

• المتجهة  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$  هي متجهة منظمية على المستوى  $ABC$ .

تم نشر هذا الملف بواسطة قرص **تجربتي** مع الباكالوريا

[tajribatybac@gmail.com](mailto:tajribatybac@gmail.com)

[facebook.com/tajribaty](https://facebook.com/tajribaty)

[jjel.tk/bac](http://jjel.tk/bac)