

# المستقيمات والمستويات في الفضاء

## 1) كيف يمكن تعيين معادلة ديكارتية لمستوى؟ منهجية وطريقة

1 - إذا كنا نعرف شعاع ناظمي  $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$  ونقطة  $A$  من المستوي  $(P)$  فإن المعادلة الديكارتية هي على الشكل :

حيث:  $ax + by + cz + d = 0$   $d$  تعين من النقطة  $A$  .

2 - إذا كنا نعرف ثلاث نقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  :

( أ ) نتحقق أن النقط الثلاثة ليست في استقامية.

( ب ) نعين شعاع ناظمي  $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$  على المستوي  $(ABC)$  حيث:  $\vec{AB} \cdot \vec{n} = 0$  و  $\vec{AC} \cdot \vec{n} = 0$

**تمرين 1** 1) عين معادلة ديكارتية للمستوي  $(P)$  حيث  $\vec{n} (1; -3; 0)$  شعاع ناظمي ويشمل النقطة  $A (1; -4; 2)$ .

2) عين معادلة ديكارتية للمستوي  $(P')$  الموازي للمستوي ذو المعادلة  $-3x + y - z + 7 = 0$  ويشمل النقطة  $A (0; 2; -2)$ .

3) عين معادلة ديكارتية للمستوي  $(ABC)$  حيث  $A (-1; 3; 2)$  ،  $B (-4; 0; 1)$  ،  $C (1; 2; -1)$ .

## 2) كيف يمكن تعيين تمثيل وسيطي لمستقيم؟ منهجية وطريقة

إن كنا نعرف نقطة  $A (x_A; y_A; z_A)$  وشعاع توجيه  $\vec{u} (a; b; c)$  لمستقيم  $(D)$  من الفضاء فإن التمثيل

$$\begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

الوسيطي للمستقيم  $(D)$  يكون:

**تمرين 2:** نعتبر النقط  $A (0; 1; -1)$  ،  $B (4; -1; -3)$  ،  $C (-1; -1; -1)$ . أعط تمثيل وسيطي لـ:

1) المستقيم  $(AB)$  . 2) للقطعة  $[AC]$  3) لنصف المستقيم  $[BC)$  .

## 3) كيف يمكن تعيين تقاطع مستويين؟ منهجية وطريقة

ليكن  $\vec{n}$  و  $\vec{n'}$  شعاعين ناظميين على الترتيب للمستويين  $(P)$  و  $(P')$  .

1- إذا كان  $\vec{n}$  و  $\vec{n'}$  مرتبطين خطيا فإن  $(P)$  و  $(P')$  متوازيان .

( أ ) نعين النقطة  $A$  من  $(P)$  ، إذا كانت  $A$  تنتمي إلى  $(P')$  فإن  $(P)$  و  $(P')$  منطبقان

( ب ) إذا كانت  $A$  لا تنتمي إلى  $(P')$  فإن  $(P)$  و  $(P')$  متوازيان تماما .

2- إذا كان  $\vec{n}$  و  $\vec{n'}$  غير مرتبطين خطيا فإن  $(P)$  و  $(P')$  متقاطعان وفق مستقيم .

نحل جملة معادلتين المستويين  $(P)$  و  $(P')$  ونعين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستويين .

**تمرين 3:** نعتبر المستويات  $(P_1)$  ،  $(P_2)$  و  $(P_3)$  ذات المعادلات :

$$(P_1): x + 3y - z + 1 = 0, (P_2): x + 4y + z - 3 = 0 \text{ و } (P_3): -x - 3y + z + 2 = 0$$

ادرس تقاطع  $(P_1)$  و  $(P_2)$  ثم  $(P_1)$  و  $(P_3)$  .

## 4) كيف يمكن تعيين تقاطع مستقيمين؟ منهجية وطريقة

ليكن  $\vec{u}$  و  $\vec{u}'$  شعاعا توجيه المستقيمين  $(D)$  و  $(D')$  على الترتيب

1- إذا كان  $\vec{u}$  و  $\vec{u}'$  مرتبطين خطيا فإن  $(D)$  و  $(D')$  متوازيان

أ- نعين النقطة  $A$  من  $(D)$  ، إذا كانت  $A$  تنتمي إلى  $(D')$  فإن  $(D)$  و  $(D')$  منطبقان

ب- إذا كانت  $A$  لا تنتمي إلى  $(D')$  فإن  $(D)$  و  $(D')$  متوازيان تماما

2- إذا كان  $\vec{u}$  و  $\vec{u}'$  غير مرتبطين خطيا فإن  $(D)$  و  $(D')$  متقاطعان في نقطة أو لا ينتميان إلى نفس المستوي .

**تمرين 4 :** لتكن المستقيمات  $(D_1)$  ،  $(D_2)$  و  $(D_3)$  المعينة بتمثيلاتها الوسيطة :

$$(D_3): \begin{cases} x = -7 + 7k \\ y = 4 - 3k \\ z = -1 + 2k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}) \quad \text{و} \quad (D_2): \begin{cases} x = 1 + t' \\ y = -1 - 2t' \\ z = 3 + t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R}) \quad , \quad (D_1): \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

عين تقاطع كل من المستقيمات  $(D_1)$  و  $(D_2)$  ،  $(D_2)$  و  $(D_3)$  ،  $(D_3)$  و  $(D_1)$  .

### 5 كيف يمكن تعيين تقاطع مستوي ومستقيم؟

منهجية وطريقة

ليكن  $\vec{u}$  شعاع توجيه للمستقيم  $(D)$  و  $\vec{n}$  شعاعا ناظما للمستوي  $(P)$

1) إذا كان  $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$  فإن  $(D)$  و  $(P)$  متوازيان .

أ- نعين النقطة  $A$  من  $(D)$  ، إذا كانت  $A$  تنتمي إلى  $(P)$  فإن  $(D)$  محتوي في  $(P)$  .

ب- إذا كانت  $A$  لا تنتمي إلى  $(P)$  فإن  $(D)$  و  $(P)$  متوازيان تماما .

2) إذا كان  $\vec{u} \cdot \vec{n} \neq 0$  فإن  $(D)$  و  $(P)$  متقاطعان في نقطة ، نعوض بالإحداثيات الوسيطة للمستقيم  $(D)$  في

معادلة المستوي  $(P)$  فنحصل على قيمة للوسيط تسمح لنا بتعيين إحداثيات نقطة التقاطع

**تمرين 5:** ليكن المستوي  $(P)$  ذو المعادلة  $x - y + z = 5$  والمستقيمان  $(D)$  و  $(D')$  حيث

$$(D): \begin{cases} x = -8 + 2t \\ y = -4 + t \\ z = 9 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{و} \quad (D'): \begin{cases} x = -8 + 2t \\ y = 6 - t \\ z = 9 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

عين تقاطع المستقيم  $(D)$  و المستوي  $(P)$  ثم عين تقاطع  $(D')$  و المستوي  $(P)$  .

**تمرين 6:** ليكن المستوي  $(P)$  ذو المعادلة  $x + 2y + z - 4 = 0$  و النقطة  $A(1; 0; -2)$  .

1) عين شعاع ناظمي  $\vec{n}$  على المستوي  $(P)$  .

2) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(D)$  الذي يشمل  $A$  والعمودي على المستوي  $(P)$  .

3) استنتج إحداثيات النقطة  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على المستوي  $(P)$  .

### 6 كيف يمكن تعيين تقاطع ثلاث مستويات ؟

منهجية وطريقة

1) إذا كان مستويان متوازيان تماما فإن  $S = (p_1) \cap (p_2) \cap (p_3) = \emptyset$  .

2) إذا كان كل مستويين غير متوازيين نعين مستقيم  $(D)$  تقاطع  $(P_1)$  و  $(P_2)$

أ) إذا كان  $(D) \subset (p_3)$  فإن  $S = (p_1) \cap (p_2) \cap (p_3) = (D)$  .

ب) إذا كان  $(D) \cap (p_3) = \{A\}$  فإن  $S = (p_1) \cap (p_2) \cap (p_3) = \{A\}$  .

ج) إذا كان  $(D)$  و  $(p_3)$  متوازيين تماما فإن  $S = (p_1) \cap (p_2) \cap (p_3) = \emptyset$  .

**تمرين 7:**

لنعتبر المستويات  $(p_1)$  ،  $(p_2)$  و  $(p_3)$  ذات المعادلات:

$$(P_1): x + y + z = 0 , (P_2): -2x + y - z + 5 = 0 \text{ و } (P_3): x - 5y - z - 10 = 0$$

عين تقاطع المستويات  $(p_1)$  ،  $(p_2)$  و  $(p_3)$  .

تم نشر هذا الملف بواسطة قرص **تجربتي** مع الباكالوريا

[tajribatybac@gmail.com](mailto:tajribatybac@gmail.com)

[facebook.com/tajribaty](https://facebook.com/tajribaty)

[jjel.tk/bac](http://jjel.tk/bac)