توقعات بكالوريا 2015
بكالوريات تجريبية

تحتوي المجلة على 16 موضوع يعالج و يغطي
جميع وحدات البرنامج بطرح مماثل لطرح
امتحانات الشهادة

العلوم التجريبية - رياضي - تقني رياضي

2015-2014

Recueilli par : Chemli _Yacine ©

اختبار في مادة الرياضيات **الموضوع الاول** المـــدة:03ساعات ونصف

التمرين الأول:(05 نقط)

I) ليكن $P(z)$ كثير حدود للمتغيّر المركب z حيث : $P(z)=z^3+z^2-4z+6$.

1) بيّن أنه ، من أجل كل عدد مركب z ، $\overline{P(z)}=P(\overline{z})$.

2) تحقق أن $1+i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم استنتج جذرا آخر له .

3) حل ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z)=0$.

II) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها : $z_A=-1$ ، $z_B=1+i$ و $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب .

1) التحويل النقطي S ،يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=(1+i)z+i$

أ - ما طبيعة التحويل S ؟ عيّن عناصره المميّزة .

ب- لتكن M نقطة تختلف عن A . ما طبيعة المثلث AMM' ؟

2) n عدد طبيعي و M_n نقطة من المستوي تختلف عن A ، لاحقتها العدد المركب z_n .

نضع : $M_0=O$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1}=S(M_n)$.

أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n=(1+i)^n-1$.

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقط O ، A و M_n في استقامية .

التمرين الثاني:(04 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدّها الأول u_0 ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{3u_n-1}{2u_n}$

1) عيّن قيم u_0 التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

2) نفرض في كل ما يأتي أن : $u_0=2$.

أ- برهن بالتراجع أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n\succ 1$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

جـ- هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ برّر إجابتك .

3) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\dfrac{u_n-1}{2u_n-1}$.

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدّها الأول .

ب- احسب ، بدلالة n ، كلا من S_n وَ π_n حيث:

$$S_n=v_0+v_1+\dots+v_n \quad \text{وَ} \quad \pi_n=v_0\times v_1\times\dots\times v_n$$

التمرين الثالث:(04 نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط: $A(2;1;-1)$, $B(-1;2;4)$ و $C(0;-2;3),D(1;1;-2)$ و المستوي (P) الذي معادلته: $x-2y+z+1=0$

في كل اقتراح مما يلي أذكر إن كانت الجملة صحيحة ام خاطئة مبررا ذلك .

1) النقط A ، B و C تعين مستوي .

2) المستقيم (AC) محتوى في المستوي (P)

3) معادلة ديكارتية للمستوي (ABD) هي: $x+8y-z-11=0$

4) المستقيم (AC) له تمثيل وسيطي الجملة التالية: $(k\in\mathbb{R})$; $\begin{cases} x=2k \\ y=2+3k \\ z=3-4k \end{cases}$

5) المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان ،

6) سطح الكرة التي مركزها D ونصف قطرها $\frac{\sqrt{6}}{3}$ مماسة للمستوي (P)

7) النقطة $E\left(-\frac{4}{3};\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$ المسقط العمودي للنقطة C على المستوي (P)

التمرين الرابع:(07 نقط)

I) الدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=ax^3-3x+b$ و (C_g) هوتمثيلها البياني

1) عين العددين الحقيقين a، b علما أن (C_g) يقبل مماسا معادلة $y=-6$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

2) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيرات g

3) بين أن المعادلة: $x^3-3x-4=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in\left]2;\frac{9}{4}\right[$ استنتج اشارة $g(x)$

II) f دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1,1\}$ بـ: $f(x)=\frac{x^2(x+2)}{x^2-1}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني

1) احسب نهايات f عند حدود مجال التعريف

2-أ) بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{-1,1\}$، ثم احسب $f'(x)$

ب) تحقق أن $f'(x)=\frac{x.g(x)}{(x^2-1)^2}$ و استنتج إشارته، ثم ارسم جدول تغيرات f

3) بيّن أن: $f(\alpha)=\frac{3\alpha^2+10\alpha+8}{2\alpha+4}$، ثم عيّن حصرا لـ $f(\alpha)$

5) احسب $\lim_{x\to\pm\infty}(f(x)-(x+2))$ ، ثم استنتج أن (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يطلب تعين معادلة له

6) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .7) أنشئ المنحنى (Δ) والمستقيم (C_f) .

اختبار في مادة الرياضيات **الموضوع الثاني** المـــدة:03ساعات ونصف

التمرين الأول:(05 نقط)

1) نعتبر ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة (E) ذات المجهول z : $z^2-\sqrt{3}z+1=0$.

أ - حل المعادلة (E) ثم اكتب كلا من الحلين على الشكل المثلثي .

ب- استنتج حلول المعادلة : $z^4-\sqrt{3}z^2+1=0$.

2) θ عدد حقيقي من المجال $I=\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$.

أ- حل المعادلة (E') ذات المجهول z : $z^2-2z\sin\theta+1=0$.

ب- ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

M نقطة من المستوي لاحقتها z حيث : $z=\sin\theta+i\cos\theta$.

عيّن الطويلة و عمدة للعدد المركب z ثم عيّن مجموعة النقط M عندما يتغيّر θ في المجال I

التمرين الثاني:(04 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرّفة بـِ : $u_0=2$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{2u_n-3}{4-u_n}$.

1) عيّن العدديْن الحقيقيّيْن a و b بحيث يكون $u_{n+1}=a+\frac{b}{4-u_n}$.

2)برهن بالتراجع، من أجل كلّ عدد طبيعي n ، أنّ: $-1\le u_n\le 3$.

3)ادرس رتابة المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة، ثمّ احسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$.

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـِ : $v_n=\frac{u_n-3}{u_n+1}$.

أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأول.

5) احسب،بدلالة n ، المجموع $\Sigma_n=\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_1}+\cdots+\frac{1}{v_n}$

التمرين الثالث:(04 نقط)

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(-3;-1;-3)$

و شعاع توجيهه $\vec{u}(2;-2;-1)$ والمستقيم D ذو التمثيل الوسيطي $\begin{cases} x=3+t \\ y=2+2t \quad t\in\mathbb{R} \\ z=3-2t \end{cases}$

1- أ) بيّن أن المستقيمين (Δ) و D متعامدان ولا ينتميان لنفس المستوي .

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي الذي يحوي (Δ) و يوازي D .

2- لتكن S مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق : $x^2+y^2+z^2+2x+2z-34=0$

و المستوي (P) الذي معادلته : $2x+y+2z+13=0$

أ) برهن أن S هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها C ونصف قطرها R

ب) بيّن أن S و (P) يتقاطعان وفق دائرة مركزها A يطلب تعيين نصف قطرها.

ج) بيّن أن المستقيم (D) مماس لسطح الكرة S في نقطة B يطلب تعيينها.

3- أ) احسب AB و استنتج أن النقطة C تنتمي للقطعة $[AB]$

ب-عين مستقيما عموديا على كل من المستقيمين (Δ) و D

التمرين الرابع:(07 نقط)

f دالة معرفة على المجموعة $I=]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{x-1}+\ln(x+1)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-أ)احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_f).

ب)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2-أ)بين أن : $f'(x)=\frac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$. ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على I ثم شكل جدول تغيرات f .

ب)عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) في نقطة ذات الفاصلة 2

3) g دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{1}{x-1}+\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

أ) بين أنه من أجل كل x من $]1;+\infty[$ ، $\frac{x+1}{x}>1$. ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.ماذا تستنتج ؟

ج)نسمي (C) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto \ln x$.حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (C) على $]1;+\infty[$

د) ارسم (C) و (Δ) ثم المنحنى (C_f).

ب) استنتج إنشاء (C_h) منحنى الدالة h ، انطلاقا من (C_f)

4)حل بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m المعادلة التالية:

$$\frac{1}{x-1}+\ln\left(\frac{x+1}{m}\right)=0 .$$

التمرين الأول:(05 نقط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.ليكن كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب z حيث أن : $P(z)=z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i$

1- أ- بيّن أن المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 يطلب تعيينه .

ب- عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى يكون: $P(z)=(z-z_0)(az^2+bz+c)$

جـ- حل عندئذ في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z)=0$

2/ النقط A ، B و C ذات اللواحق $z_A=i$ ، $z_B=2+3i$ و $z_C=2-3i$ على الترتيب .

أ- عين اللاحقة z_E للنقطة E التي تحقق : $z_E-z_B=e^{i\frac{\pi}{4}}(z_A-z_B)$

ب- بين أن : E ، B و C في استقامية.

3/ أ-عيّن (δ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $MA^2+MB^2+MC^2=27$

ب- تحقق أن O نقطة من (δ) أنشئ (δ) .

التمرين الثاني:(04 نقط)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.نعتبر النقط $A(3;0;10)$ ، $B(0;0;15)$ و $C(0;20;0)$

1-أ)عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) ثم بين أنه يقطع حامل محور الفواصل في النقطة $E(9;0;0)$

ب) تحقق أن النقاط A ، B و C ليست في استقامية.

2- ليكن (OH) الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث OBC .

أ) بين أن (BC) عمودي على المستوي (OEH) ، ثم استنتج أن (EH) ارتفاع في المثلث EBC .

ب) عين معادلة ديكارتية للمستوي (OEH) .

جـ) تحقق أن معادلة المستوي (ABC) هي: $20x+9y+12z-180=0$.

د) بين أن الجملة $\begin{cases} x=0 \\ 4y-3z=0 \\ 20x+9y+12z-180=0 \end{cases}$ تقبل حلا واحدا. ماذا تمثل هذا الحل ؟

هـ) بين أن $EH=15$ ثم احسب مساحة المثلث EBC .

التمرين الثالث:(04 نقط)

f دالة عددية معرفة على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2}{2x-1}$.

1) بيّن أنه إذا كان $x \geq 1$ فإن $f(x) \geq 1$.

2) نعرّف المتتالية (u_n) بـ: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n.

أ) برهن بالتراجع ، من أجل كل عدد طبيعي n ، أن $u_n \geq 1$.

ب) أدرس أتجاه تغير المتتالية (u_n).

جـ) استنتج أن (u_n) متقاربة واحسب نهايتها L.

3) (v_n) متتالية معرّفة بـ: $v_n = \ln\left(\frac{u_n - 1}{u_n}\right)$

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين عناصرها المميزة.

ب) أكتب v_n بدلالة n واستنتج أن: $u_n = \frac{1}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}}$

التمرين الرابع:(07 نقط)

f دالة عددية معرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = 1 - \frac{\ln x^2}{x}$

(C) تمثيلها البياني في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أدرس تغيرات f واكتب معادلات المستقيمات المقاربة

- أثبت أنّ المنحنى (C) يقطع المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 1$ في نقطتين يطلب تعيين احداثياهما.

2) احسب : $f(-x) + f(x)$ ماذ تستنتج ؟.

3) بين ان المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]-1,-0.5[$

4) أثبت أن (C) يقبل مماسا (d) يشمل النقطة $A(0;1)$ ويمس المنحنى (C) في نقطتين يطلب تعيين احداثياهما. أوجد معادلة للمماس (d).

5) أرسم (d) ثم (C).

6) ناقش ، بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = mx + 1$.

7) h دالة عددية معرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = 1 + \frac{\ln x^2}{|x|}$ و (C') تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بين ان h زوجية .
- دون دراسة تغيرات h، ارسم (C') علل ذلك.

8) أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها:

س=-1 ، س=α، ع=1 $x=-1$ و $x = \alpha$ و $y=1$ حيث α هو حل المعادلة $f(x) = 0$

- بين أن $A(\alpha) = \frac{\alpha^2}{4}\text{cm}^2$ ثم اعط حصرا للعدد $A(\alpha)$.

اختبار في مادة الرياضيات **الموضوع الرابع** المـــدة:03ساعات ونصف

التمرين الأول:(05 نقط)

1)حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $(z-1+i)\left[z^2-2(2+\sqrt{3})z+8+4\sqrt{3}\right]=0$.

2)ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=1-i$ ، $z_B=2+\sqrt{3}+i$ و $z_C=2+\sqrt{3}-i$.

أ) بين أن $z_B-2=2e^{i\frac{\pi}{6}}$. استنتج إنشاء النقطة B ثم ارسم النقاط A ، B و C

ب) عين اللاحقة $z_{B'}$ للنقطة 'B صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{6}$.

جـ) اكتب $\frac{z_B}{z_{B'}}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي ، استنتج عمدة العدد المركب z_B .

3)لتكن نقطة M متمايزة O لاحقتها $z=ae^{i\theta}$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي، M_1 صورة النقطة M بالدوران r و 'M نظيرة النقطة M_1 بالنسبة لحامل محور الفواصل.

أ) بين أن 'z لاحقة النقطة 'M تساوي $ae^{i(\frac{\pi}{6}-\theta)}$

ب)عين قيم θ التي تحقق $z'=z$ ثم استنتج مجموعة النقاط M من المستوي التي تكون من أجلها $M=M'$

التمرين الثاني:(04 نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقطتين $A(1;1;1)$ و $B(3;1;0)$

1-أ)جد إحداثيات النقطة C حيث: $\overrightarrow{AC}=-2\vec{i}-\vec{j}$، ثم بيّن أن الشعاعين $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غيرمرتبطين خطيا

ب)بين ان المستوي (P) المعين بالنقط A، B و C له معادلته من الشكل: $x-2y+2z-1=0$

جـ) ليكن المستوي (P') والمعرف بالمعادلة الديكارتية : $2x+y+2z+1=0$

اثبت أن المستويين (P) و (P') متقاطعان.

2-ليكن العدد الحقيقي t والنقطة $I_t(1;-1;t)$.

أ) تحقق أن النقطة I_t تبعد بنفس المسافة عن المستويين (P) و (P') .

ب) أثبت أنه من أجل t=-1 فإن النقطة I_t تنتمي لكل من المستويين (P) و (P') .

جـ- أثبت أن من أجل $t\neq-1$ فإنه توجد سطح كرة (S_t) مركزها النقطة I_t تمس في آن واحد المستويين (P) و (P') ، يطلب تعيين نصف قطرها بدلالة t.

3-نضع : $t=2$.عين احداثيات H النقطة المشتركة بين سطح الكرة (S_2) والمستوي (P') .

التمرين الثالث:(04 نقط)

ليكن α عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;1[$

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{(1+\alpha)U_n - \alpha}{U_n}$

1) أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $U_n \geq 1$

ب- بيّن أن المتتالية (U_n) متناقصة .

جـ - استنتج أن (U_n) متقاربة واحسب نهايتها .

2) لتكن (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n - \alpha}$

أ- بيّن أن (V_n) متتالية هندسية أساسها α

ب- اكتب عبارة V_n بدلالة n و α واستنتج عبارة U_n بدلالة n و α .

جـ - تحقق من نتيجة السؤال 1) جـ) وذلك بحساب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

التمرين الرابع:(07 نقط)

نعتبر الدالة f والمعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كمايلي : $f(x) = \frac{x}{x-1} - \ln|x-1|$.

وليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ ثم فسر النهايتين الأخيرتين هندسيا.

2-أ- بيّن أن الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها ، ثم بيّن أن : $f'(x) = \frac{-x}{(x-1)^2}$.

ب-ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أ) تحقق أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]4;5[$

ب) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثيتيها.

جـ)أثبت أن (C_f) يقبل مماسين (Δ) و (Δ') معامل توجيه كل منهما (-2) وأكتب معادلتيهما.

د)أحسب $f(6)$ ، $f(10)$ ، $f(-1)$ ، $f(-4)$ و $f(-8)$ ثم ارسم المماسين (Δ) و (Δ') والمنحنى (C_f)

هـ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة:

$$m(x-1) = 2x^2 - x - (x-1)\ln|x-1|$$

4- نعتبر الدالة h والمعرفة على $\mathbb{R} - \{-1;1\}$ كمايلي : $h(x) = f(|x|)$.

وليكن (C_h) المنحنى البياني للدالة h في المعلم السابق .

اختبار في مادة الرياضيات الموضوع الخامس المـــدة:03ساعات ونصف

التمرين الأول:(05 نقط)

1) حلّ ، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة $(z+\sqrt{3}-3i)(z^2-6z+12)=0$.

2) يُنسب المستوي المركّب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C التي لواحقها على الترتيب $z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=3-i\sqrt{3}$ ، $z_C=-\sqrt{3}+3i$.

ا- اكتب كلاّ من z_A و z_C و $\frac{z_C}{z_A}$ على الشّكل الأسّي ثمّ استنتج طبيعة المثلّث OAC .

ب- احسب $\left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2015}+\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1436}$ (تعطى النّتيجة النهائيّة على الشّكل الجبري).

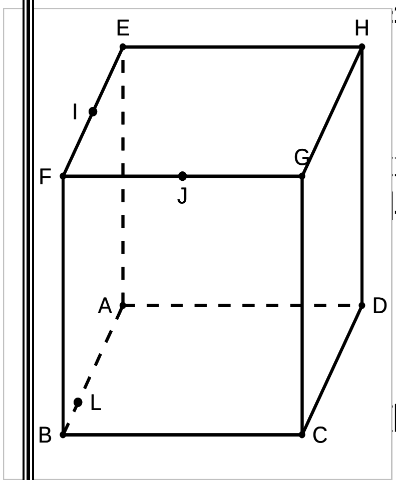
3) لتكن النّقطة D نظيرة C بالنّسبة إلى محور الفواصل.بيّن أنّ المستقيميْن (AD) و (BC) متعامدان

4) عيّن نسبة و زاوية التّشابه المباشر S الذي مركزه $E\left(3-\sqrt{3},0\right)$ و يحوّل النّقطة A إلى النّقطة C

5) بيّن أنّ النّقط A ، E ، O ، C تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

التمرين الثاني:(04 نقط) (مقترح وزاري2008)

نعتبر في الفضاء مكعبا ABCDEFGH طول حرفه 1 و $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE})$ المعلم المتعامد والمتجانس نسمي I و J منتصفي القطعتين [FE] و [FG] على الترتيب والتكن L مرجح الجملة $\{(A;1),(B;3)\}$ واليكن π المستوي ذي المعادلة $4x-4y+3z-3=0$



أختر الإجابات الصحيحة من بين ألإجابات التالية:

1-إحداثيات النّقطة L هي : أ) $\left(\frac{3}{2};0;0\right)$ ، ب) $\left(\frac{3}{4};0;0\right)$ ، جـ) $\left(\ ;0;0\right)$

2- المستوي π هو :أ)(GLE) ، ب) (LEJ) ، جـ)(GFA).

3- المستوي الذي يشمل النّقطة I ويوازي π يقطع المستقيم (FB) في النّقطة M ذات الإحداثيات: أ) $\left(1;0;\frac{1}{4}\right)$ ، ب) $\left(1;0;\frac{1}{5}\right)$ ، جـ) $\left(1;0;\frac{1}{3}\right)$

4- أ)المستقيمان (LE) و (FB) متقاطعان في النّقطة N نظيرة M بالنّسبة للنّقطة B.

- ب) المستقيمان (LE) و (IM) متوازيان.

- جـ)المستقيمان (LE) و (IM) متقاطعان.

5-حجم رباعي الوجوه FIJM هو:أ) $\frac{1}{36}$ ، ب) $\frac{1}{48}$ ، جـ) $\frac{1}{24}$

التمرين الثالث:(04 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+3n-1$.

1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3.. ثم برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 3$، $u_n>0$.

استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$، $u_n>3n-4$ ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n).

2) نعرف المتتالية (v_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n-9n+30$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=9\left[3\left(\frac{2}{3}\right)^n+n\right]-30$.

4) نعتبر المتتالية الحسابية (w_n) ذات الأساس 9 وحدها الأول $w_0=-30$

احسب بدلالة n المجموع $L_n=w_0+w_1+...+w_n$ ثم استنتج المجموع $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

التمرين الرابع:(07 نقط)

أ- g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)-\frac{2}{x^2+1}$

1-ادرس تغيرات الدالة g.

2-بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $0{,}5\prec\alpha\prec 0{,}6$ يحقق: $g(\alpha)=0$ واستنتج إشارة $g(x)$

ب-نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right);\ x\succ 0$ و $f(0)=0$

نرمز بـ (C) للمنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول 5cm

1- أ) احسب نهاية $x.f(x)$ عندما يؤول x إلى $+\infty$

ب)استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ و فسّر النتيجة بيانيا.

2- أ) أثبت أن : $f(\alpha)=\frac{2\alpha}{1+\alpha^2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب) بيّن أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=g(x)$

جـ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}\frac{f(x)}{x}$ أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة .

د) بيّن أن : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)=0$ ماذا تعني هذه النتيجة بالنسبة للدالة f ؟

3- شكل جدول تغيرات الدالة f

4- ارسم بعناية المنحني (C) الممثل للدالة f

5- نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=f(e^x)$

أ-ادرس تغيرات الدالة h .

ب-أنشئ التمثيل البياني للدالة h

اختبار في مادة الرياضيات الموضوع السادس المـــدة:03ساعات ونصف

التمرين الأول:(04 نقط)

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(z+3)\left[(z+2-2i)^2-(2-i)^2\right]=0$.
2. في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.
نعتبر النقط A، B وC حيث $z_A=-3$ ، $z_B=i$ و $z_C=-4+3i$.
• عين زاوية الدوران الذي مركزه A ويحول النقطة B إلى النقطة C. ماذا تستنتج
3. أ)عين z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,-1)\}$ ثم أكتب z_G على الشكل الأسي
ب) عين قيم العدد الطبيعي حتى يكون $\left(\frac{z_G}{\sqrt{2}}\right)^n$ عددا تخيليا صرفا جزءه التخيلي موجب.
جـ) عين وأنشئ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $2MA^2+MB^2-MC^2=-2$.
د) عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $2MA^2-MB^2-MC^2-IB^2=0$
حيث I منتصف قطعة المستقيم $[BC]$.

التمرين الثاني : :(05 نقط)

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $u_{n+1}=u_n(2-u_n)$ و $u_0=\frac{1}{8}$

1) أ- ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة 8cm)، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ و المنحني (C) الممثل للدالة f المعرفة على $[0;2]$ بـ : $f(x)=x(2-x)$
2) أ-باستعمال الرسم السابق،مثل على حامل محور الفواصل،دون حساب كلا من u_0، u_1، u_2، u_3
ب - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .
3) أ- برهن بالتراجع أنه لكل عدد طبيعي n : $0\prec u_n\prec 1$
ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة استنتج أن (u_n) متقاربة ، ما هي نهايتها ؟
4) 3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\ln(1-u_n)$.
أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .
ب-استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n\to+\infty} u_n$
5) أ) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n=(1-u_0)(1-u_1)........(1-u_n)$، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} P_n$

التمرين الثالث: :(03.5 نقط)

لكل سؤال توجد إجابة واحدة فقط صحيحة حددها مع التعليل:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

1- لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق: $(2x+y-z-1)^2+(x+y-z)^2=0$

المجموعة (Γ) هي: أ- مستقيم ، ب- مستوي ، جـ-سطح كرة

2) (Δ) و (Δ') مستقيمان معرفان وسيطيا بـ: $(\Delta)\begin{cases}x=1\\y=1+2t;t\in\mathbb{R}\\z=1+t\end{cases}$ و $(\Delta')\begin{cases}x=3-2t'\\y=7-4t';t'\in\mathbb{R}\\z=2-t'\end{cases}$

(Δ) و (Δ') هما مستقيمان: أ- متوازيان ، ب-متقاطعان ، جـ- ليسا من نفس المستوي

و (S) سطح كرة مركزها $\omega(1;1;0)$ ونصف قطرها 2.

أ) (Δ) و (Δ') هما مستقيمان: أ- متوازيان ، ب-متقاطعان ، جـ- ليسا من نفس المستوي

ب) تقاطع (S) مع (Δ) هو: أ- مجموعة خالية ، ب- نقطة ، جـ- نقطتين

التمرين الرابع : (07.5نقط):

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. وحدة الطول هي 2cm

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}-\ln(e^x+1)$ و (C_g) تمثيلها البياني

1) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$، ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ وفسر النتيجة الأخيرة بيانيا.

2) بيّن أن g متناقصة تماما على $\mathbb{R}$، ثم شكل جدول تغيراتها. ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{-x}\ln(e^x+1)$ و (C_f) تمثيلها البياني

1- احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3- اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$.

4- عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.

5- بين أن (C_f) له نقطتي انعطاف.

6- ارسم (T) و (C_f)

7- أ/ بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن: $g(x)+2g'(x)+g''(x)=2e^{-x}$

ب/ استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

8- m عدد حقيقي موجب تماما. ناقش بيانيا وحسب قيم العدد m عدد وإشارة حلول المعادلة $\ln(m)-\ln(x^2-3)+x=0$

اختبار في مادة الرياضيات الموضوع السابع المـــدة:03ساعات ونصف

التمرين الأول: (04 نقط)

1) حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $(z-3+2i)(z^2+6z+10)=0$

2) نعتبر الأعداد المركبة $z_A=3-2i$ ، $z_B=1$ ، $z_C=-3+i$ و $z_D=-3-i$ ، $z_I=3$

أ)علّم في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط : A، B، C، D و I

عين نوع الرباعي $AICD$

ب) أكتب العدد z_A-z_B على الشكل الأسي ، ثم تحقق أن العدد $(z_A-z_B)^{1432}$ حقيقي

3) عين العدد المركب u الذي يحقق الجملة التالية: $\begin{cases}\arg(u-3+2i)+\arg(u-1)=\dfrac{\pi}{2}\\ |u-3+2i|\times|u-1|=1\end{cases}$.

4) M نقطة من المستوي تختلف عن A ، B لاحقتها z ولتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي يكون من أجلها $L=\dfrac{z_M-z_B}{z_M-z_A}$ عددا تخيليا صرفا

أ) تحقق أن النقطة I تنتمي إلى (E)

ب) أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب L ، ثم عين حينئذ ثم أنشئ المجموعة (E)

التمرين الثاني : (05 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقاط :

$A(1;1;0)$، $B(1;-2;4)$ ، $C(-1;0;1)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $2x+y-z+3=0$.

1) ليكن $\vec{n}$ الشعاع الناظمي للمستوي (P).

أ) هل يوجد عدد حقيقي α بحيث $\overrightarrow{AB}=\alpha\vec{n}$ ؟ ماذا تستنتج ؟

ب) بين أن التمثيل الوسيطي للمستوي (Q) الذي يمر بالنقطة A ويوازي كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{n}$ (أي $(A;\overrightarrow{AB};\vec{n})$ معلما له) هي الجملة : $\begin{cases}x=1+2t'\\ y=1-3t+t'\\ z=4t-t'\end{cases}$ حيث t و t' عددين حقيقيين.

ج) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (Q)، و أن المستويين (P) و (Q) متعامدان.

2)بين أن C نقطة مشتركة لمستويين (P) و (Q) و أن الشعاع $\vec{u}(14;-11;17)$ يعامد كل من $\vec{n}$ و $\overrightarrow{n'}$ الشعاع الناظمي للمستوي (Q).

3)استنتج تمثيل وسيطي للمستقيم (D') المسقط العمودي للمستقيم (AB) على المستوي (P)

التمرين الثالث: (04نقط)

u_n المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=-1$ ؛ $u_1=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+2}=u_{n+1}-\frac{1}{4}u_n$

و لتكن المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_{n+1}-\frac{1}{2}u_n$.

1) ا- احسب v_0. ب- أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسيّة يطلب تعيين أساسها.

جـ- اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

د- احسب ، بدلالة n ، المجموع: $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ ، ثم جِدْ $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n=\frac{u_n}{v_n}$.

ا- احسب w_0. ب- بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابيّة يطلب تعيين أساسها.

جـ-اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ، ثم عيّن أصغر عدد طبيعي n الذي يحقق: $e^{w_n}\geq 2015$

التمرين الرابع : : (07نقط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\ln\left(e^{2x}-e^{x}+\frac{1}{2}\right)-2x$

1) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: أ) $e^{2x}-e^{x}=(e^{x}-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$ ، ب) $g(x)=\ln\left(1-e^{-x}+\frac{1}{2}e^{-2x}\right)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) احسب $g(-\ln 2)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln\left(e^{2x}-e^{x}+\frac{1}{2}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ماذا تستنتج ؟

ب)استنتج أن (C_f)يقبل مستقيم مقارب مائل(D) بجوار $+\infty$،ثم حدد وضعية (C_f)بالنسبة لـ(D)

2) أ) بين $f'(x)=e^{x-f(x)}(2e^{x}-1)$ حيث f' مشتق الدالة f .

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f)عند النقطة التي فاصلتها 0 .

3) أ) عين α فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل. ب) ارسم (Δ) و (C_f).

4) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\ln\left(\frac{1}{2}e^{2x}-e^{x}+1\right)$ و (C_h) تمثيلها البياني.

أ) عين قيمة β التي تحقق $h(x)=f(x-\ln 2)+\beta$. استنتج كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f).

ب) استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

5)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m $(m\in\mathbb{R}_+^*)$ عدد حلول المعادلة $\ln(m)-\ln(x^2-3)+x=0$

اختبار في مادة الرياضيات **الموضوع الثامن** **المـــدة:03ساعات ونصف**

التمرين الأول:(05 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقطتين A ،B التي لاحقتاهما على الترتيب: $z_A=(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)i$ ، $z_B=(\sqrt{3}-1)+(\sqrt{3}+1)i$

1- أ) اكتب العدد المركب $z_C=z_A+z_B$ على شكله الأسي .

ب) بين أن العدد المركب z_C^{2016} عدد حقيقي موجب .

2) أ. تحقق أن : $z_A^2=4(\sqrt{3}+i)$ و $z_B=i\overline{z_A}$

ب.اكتب على الشكل المثلثي العدد المركب z_A^2

جـ.بين أن: $|z_A|=|z_B|$ و $\arg(z_A)+\arg(z_B)=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$.

3) أ)عين قيس بالرديان للزاوية $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$ ، استنتج الشكل المثلثي لكل من z_A و z_B ..

استنتج طبيعة المثلث OAB .

4)جد مجموعة النقط $M(z)$من حيث : $|z-z_A|=|z-z_B|$

التمرين الثاني : :(04 نقط)

الجزء(أ) نعتبر النقطتان A وD من الفضاء . ولتكن I منتصف القطعة AD

1) برهن أنه من أجل كل نقطة M من الفضاء فإن : $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA}=MI^2-IA^2$

2) استنتج المجموعة E مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA}=0$

الجزء(ب) الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط :

$A(3;0;0)$ ، $B(0;6;0)$ ، $C(0;0;4)$ ، $D(-5;0;1)$

1-تحقق أن $\vec{n}(4;2;3)$ شعاع ناظمي للمستوي ABC ثم جد معادلة ديكارتية للمستوي ABC

2/ اوجد التمثيل الوسيطي للمستقيم Δ العمودي على المستوي ABC ويشمل النقطة D

3/ لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي ABC .استنتج إحداثيات النقطة H

4/ احسب بعد النقطة D على المستوي ABC .

5/ برهن أن النقطة H تنتمي إلى المجموعة E المعرفة في الجزء (أ)

التمرين الثالث:(04نقط)

1) $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$متتالية هندسية حدودها موجبة حيث: $U_0=1$ و $\ln U_1+\ln U_2=-3\pi$

أ)عين أساس هذه المتتالية ، وأحسب U_n بدلالة n .

ب) نسمي P_{n+1} المجموع : $U_0+U_1+....+U_n$. أحسب P_{n+1} بدلالة n ، ثم جد$\lim\limits_{n\to+\infty}(P_{n+1})$

2) $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بـ: $V_n=\ln(U_n)$

أ) بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها .

ب) نضع : $S_{n+1}=V_0+V_1+......+V_n$ أحسب S_{n+1} بدلالة n، ثم بين أن $\sin(S_{n+1})=0$

3- أ) نضع: $\pi_{n+1}=U_0\times U_1\times......\times U_n$. أحسب π_{n+1} بدلالة n ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty}\pi_{n+1}$

ب) عين الحد U_p بحيث يكون : $\pi_{p+1}=e^{-6\pi}$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

I -نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1+(1-x)e^{-x+2}$

1) أدرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.(حساب النهايات غير مطلوب)

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)\geq 0$.

II-لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-1+xe^{-x+2}$

و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x+1\right)$، ماذا تستنتج ؟

2) بين أن الدالة المشتقة f' للدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f'(x)=g(x)$

3) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) أ) بين أن النقطة $I(2;3)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C).

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (D) الذي معادلته $y=x-1$.

جـ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ حلا واحدا α على المجال $[0;0,2]$

د) بين أن المنحنى (C) يقبل مماسا Δ موازيا للمستقيم (D) يطلب تعيين معادلته .

هـ) أنشئ Δ و(C).

5) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=xe^{-x+2}$.

أ) احسب $h'(x)$ و $h''(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

ب) احسب المساحة A للحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات:

$y=x-1$ ، $x=0$ و $x=2$.

اختبار في مادة الرياضيات الموضوع التاسع المـــدة:03ساعات ونصف

التمرين الأول:(05 نقط)

1-نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة E : $z^2-4iz-2+2i\sqrt{3}=0$.

أ-تحقق أن العدد المركب : $z_1=1+i(2-\sqrt{3})$ حل للمعادلة E .

ب- أستنتج z_2 الحل الثاني للمعادلة E .

2-بيّن أن : $z_1^2=4(2-\sqrt{3})e^{\frac{\pi}{6}i}$. ثم أكتب z_1 على الشكل المثلثي.

3-في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقطتين A، B و Cالتي لواحقها على الترتيب: z_1، z_2 و $z_3=2i+2e^{\frac{\pi}{7}i}$ والتكن s الدائرة التي قطرها AB

أ-حددّ z_ω لاحقة النقطة ωمركز الدائرة s .

ب-بيّن أن النقطتين O و C تنتميان للدائرة s .

جـ-بيّن أن العدد المركب $\dfrac{z_3-z_1}{z_3-z_2}$ تخيلي صرف.

التمرين الثاني:(04نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.نعتبر النقط $A(1;4;-5)$، $B(3;2;-4)$ ، $C(5;4;-3)$ ، $D(-2;8;4)$ و $\begin{pmatrix}1\\5\\-1\end{pmatrix}\vec{u}$ شعاع من الفضاء

1- بيّن أن : $x-2z-11=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2- حدّد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (T) الذي يشمل النقطة D و $\vec{u}$ شعاع توجيه له .

3- (P) مستوي معادلته الديكارتية : $x-y-z=7$

أ)بيّن أن المستويين (ABC) و(P) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له

ب) أثبت أن المستقيمين (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي .

4- $E(3;0;-4)$ ، $F(-3;3;5)$. أ) تحقق من أن E ، F من المستقيمين (Δ) ، (T).

ب) بيّن أن المستقيم (EF) عمودي على كل من (Δ) و(T)

5- (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{FE}=\alpha$ حيث α عدد حقيقي

أ) أوجد بدلالة α معادلة ديكارتية لـ (Γ) ، ثم استنتج أن (Γ) مستو $\overrightarrow{FE}$ شعاع ناظمي له .

ب) عيّن قيمة α حتى يكون (Γ) المستوي المحوري للقطعة $[FE]$.

التمرين الثالث:(04نقط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي :
$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \dfrac{4u_n + 1}{u_n + 4} \quad ; \quad (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

1/ أ- احسب u_1 و u_2

ب-بيّن انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \succ 1$

ج- ادرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ثم أستنتج أنها متقاربة

2/ نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة لكل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 1}$

أ- برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب- احسب v_n بدلالة n

جـ- استنتج أن : $u_n = \dfrac{5^{n+1} + 3^{n+1}}{5^{n+1} - 3^{n+1}}$ ثم احسب $\lim u_n$

3/ احسب بدلالة n كلا من : $s_n = v_0^2 + v_1^2 + ... + v_n^2$ و $p_n = v_0.v_1.v_2.......v_n$

التمرين الرابع:(07 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ : $f(x) = \ln x[-2 + \ln x]$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) احسب $f'(x)$ مشتق الدالة f ثم بين أن $f''(x) = \dfrac{2}{x^2}(2 - \ln x)$

ب) أدرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) بين أن النقطة $I(e^2;0)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

د) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 .

3) أ) عين قيم الوسيط الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x) = m$ حلولا.

ب) بين أنه إذا كان e^α و e^β حلين للمعادلة $f(x) = m$ فإن $\alpha + \beta = 2$

جـ) احسب $f(e^2)$ و $f(e^3)$ ثم استنتج $f(1)$ و $f(e^{-1})$.

4) ارسم (Δ) و (C_f).

5) أ) تحقق أن $x^2 f''(x) + xf'(x) - 2 = 0$.

ب) بين أن الدالة $x \mapsto xf(x) - x^2 f'(x) + 2x$ دالة أصلية للدالة f على $]0 ; +\infty[$.

اختبار في مادة الرياضيات **الموضوع العاشر** المـــدة:03ساعات ونصف

التمرين الأول:(05 نقط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ وحدة الطول 1cm

1-حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $\bar{z}-3iz-3+6i=0$ ، $\bar{z}$ هو مرافق z

2-نعتبر النقطة A ذات اللاحقة $4-2i$.عيّن الشكل الجبري للاحقة النقطة B بحيث يكون المثلث OAB متقايس الأضلاع و ذا اتجاه مباشر

3-.لتكن D النقطة ذات اللاحقة $2i$.

أ)مثل المجموعة (T) للنقط $M(z)$ و $z\neq 2i$ بحيث : $\arg(z-2i)=\frac{\pi}{4}+2k\pi \quad ,k\in\mathbb{Z}$

ب) مثل المجموعة (Γ) للنقط $M(z)$ بحيث : $z=2i+2e^{i\theta} \quad ,\theta\in\mathbb{R}$

4-بكل نقطة$M(z)$و$(z\neq -2)$من المستوي نرفق النقطة$M'(z')$ من المستوي حيث: $z'=\frac{z-1}{\bar{z}+2}$

عيّن مجموعة النقط M ، بحيث يكون $|z'|=1$

التمرين الثاني:(04نقط)

نعتبر النقط :$A(-1;3;2)$ ، $B(1;4;4)$ ، $C(0;4;2)$ ، $D(1;0;2)$ و $E(-9;-4;-1)$

1/ بيّن أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا(ABC) يطلب تعيين معادلته الديكارتية

2/ نعتبر المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي :$\begin{cases} x=-2t+1 \\ y=3t-4 \\ z=2t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

أ- تحقق أن النقطة D و المستقيم (Δ) تعين مستويا (P) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له

ب- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (P) ج- بيّن أن المستويين (ABC)و(P) متعامدان

3/أ- تحقق أن تقاطع المستويين (P) و (ABC) هو المستقيم (D) الذي يقبل الجملة التالية :

$\begin{cases} x=-7+2\alpha \\ y=-8+3\alpha \\ z=\alpha \end{cases} \quad (\alpha\in\mathbb{R})$ تمثيلا وسيطيا له .

ب- تحقق من أن النقطة E لاتنتمي إلى (P) و لاتنتمي للمستوي (ABC)

جـ - أوجد المسافة بين النقطة E و المستقيم (D) بالطرق الأربعة التالية

أ) توظيف تعامد المستويين ، ب) المسافة بين E و المسقط العمودي لها على (D)

جـ) حساب المسافة بين E ونقطة كيفية من (D) .

- تعيين القيمة الحدية لها ب : -الشكل النموذجي - دراسة تغيرات دالة
ب) عيّن قيمة α حتى يكون (Γ) المستوي المحوري للقطعة $[FE]$.

التمرين الثالث:(04نقط)

1) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;6[$ كما يأتي : $f(x)=\dfrac{9}{6-x}$

C_f منحني f في المستوي المنسوب لمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الأطوال 2cm)

أ- احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .

ب- ادرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها ثم ارسم C_f

2) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بحدها الأول $U_0=-3$ و $n\in\mathbb{N}$ ولدينا : $U_{n+1}=f(U_n)$.

أ- باستخدام C_f و المستقيم ذي المعادلة $y=x$ ، مثل U_0 و U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل

ب- خمن اتجاه تغير وتقارب المتتالية (U_n) .

3) أ-بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $U_n \prec 3$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n)

ب- استنتج أن (U_n) متقاربة و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n=\dfrac{1}{U_n-3}$.

أ- أثبت أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

ب- أكتب عبارة U_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

التمرين الرابع:(07 نقط)

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي X المعرفة ب: $f(x)=x-(x^2+4x+3)e^{-x}$ وليكن C_f

منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. وحدة الطول 2cm.

الجزء الأول : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(x^2+2x-1)e^{-x}+1$

1- بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسّر هذه النتيجة بيانيا ثم احسب نهاية الدالة g عند $-\infty$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

3- أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$. احدهما α حيث $-2.4\prec\alpha\prec-2.3$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .

الجزء الثاني : 1- بيّن من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$

2- ادرس تغيرات الدالة f ، نأخذ $\alpha=-2.35$

3- أثبت ان المستقيم (D) الذي معادلته : $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) في جوار $+\infty$

4- بيّن أن المستقيم (D) و المنحني (C_f) يتقاطعان في نقطتين A و B يطلب تعيينهما .

5-ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) و المستقيم (D).

6-ارسم المستقيم (D) و المنحني (C_f) .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة: **العلوم التجريبية**

اختبار في مادة: الرياضيات | **الموضوع رقم 11** | **المدة:3ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

<u>الموضوع الأول</u>

<u>التمرين الأول</u> (4 نقط)

(u_n) متتالية عددية حيث : $u_0 = \frac{3}{2}$ ومن اجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_{n+1} = \frac{2}{3 - u_n}$

1)برهن بالتراجع ان: $1 \le u_n \le \frac{3}{2}$ من اجل كل $n \in \mathbb{N}$

2)برهن ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما ، استنتج أنها متقاربة

3) نضع $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 2}$ من اجل كل $n \in \mathbb{N}$

أ – اثبت ان المتتالية (v_n) هندسية ، حدّد اساسها و حدّها الأول

ب- اكتب v_n بدلالة n ، واثبت ان $u_n = \frac{2 + 2^n}{1 + 2^n}$ واحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$

4) نضع $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ من اجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، احسب S_n بدلالة n

<u>التمرين الثاني</u> (4 نقط)

نضع من اجل كل عدد مركب z: $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

1) أ- احسب $P(-1)$

ب- عيّن العددين الحقيقيين a ، b بحيث : $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$ ثمّ حل المعادلة $P(z) = 0$ **.**

2) في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومنجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

أ)أنشئ النقط G, C, B, A التي لواحقها على الترتيب: $z_A = -1$ ، $z_B = 2+i\sqrt{3}$, $z_C = 2-i\sqrt{3}$, $z_G = 3$

ب- احسب المسافات AB،AC،CB واستنتج طبيعة المثلث ABC

جـ - عيّن عمدة للعدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ واستنتج طبيعة المثلث GAC

3) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}).\overrightarrow{CG} = 12$ .... (1

أ- اثبت ان G مرجح الجملة $\{(A;-1),(B,2),(C,2)\}$

ب- برهن ان العلاقة (1) تكافئ العلاقة $\overrightarrow{GM}.\overrightarrow{GC}=4$ ، ثم اكتب معادلة ديكارتية للمجموعة (E)

التمرين الثالث (4 نقط)

في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر المستقيم (d) المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x = 2 - \frac{1}{2}t \\ y = 2 \\ z = 5 - \frac{3}{2}t \end{cases}$ حيث $(t \in \mathbb{R})$

نسمي A النقطة التي إحداثياتها $(2;-1;1)$، B النقطة التي إحداثياتها $(4;-2;2)$ و C النقطة من (d) ذات الفاصلة 1

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل:

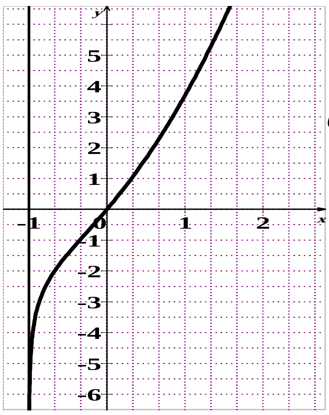
1) المستقيم (d) يوازي المحور $(O;\vec{j})$.

2) المستوي (P) الذي معادلته : $x+3z-5=0$ يمرّ بالنقطة A وعمودي على (d).

3) قيس الزاوية الهندسية $\widehat{BAC}$ هو $\frac{\pi}{3}rad$.

4) المستقيم (d) يقطع سطح الكرة (S) التي مركزها C ونصف قطرها 10 في نقطتين متمايزتين.

التمرين الرابع (8 نقط)



I- نعتبر الدالة العددية g والمعرفة على $]-1.+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$.

(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس كما هو مبين في الشكل

1) احسب نهايات g عند حدود مجال تعريفها.

2) بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه تغيرات g شكّل جدول تغيراتها. وحدد اشارتها

II- نعتبر الدالة العددية f والمعرفة على $]-1.+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1-أ) احسب $\lim_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الأولى بيانيا.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1.+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

جـ) حدّد إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات f.

2-أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) تحقق أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين أحدهما α من المجال $]-0,6;-0.5[$ والثاني β من المجال $]1,3;1,4[$.

جـ) أنشئ المنحنى (C_f)

3-أ) احسب $A(\beta)$ مساحة الحيّز المستوي والمحدّد بـ (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذوي المعادلتين $x=\beta$ و $x=0$

ب) أثبت أن : $A(\beta)=\frac{(\beta^2-1)^2}{2}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $A(\beta)$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول (4 نقط)

$(O,\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي ، لتكن الدالة f المعرّفة على $]-\infty,6[$ بـ : $f(x)=\dfrac{9}{6-x}$

ولتكن (u_n) متتالية عددية حيث ، $u_0=-3$ و من اجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}=f(u_n)$

1) انشئ جدول تغيرات الدالة f

2) برهن انه اذا كان $x \prec 3$ فإن $f(x)\prec 3$

3) برهن بالتراجع ان: $u_n \prec 3$ من اجل كل $n\in\mathbb{N}$

4) ما هو اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، استنتج انها متقاربة

5) لتكن المتتالية (v_n) المعرّفة كما يلي : $v_n=\dfrac{1}{u_n-3}$ من اجل كل $n\in\mathbb{N}$

أ - اثبت ان (v_n) حسابية ،اساسها $-\dfrac{1}{3}$ حدّد حدّها ألأول

ب- اكتب v_n و u_n بدلالة n ، واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

التمرين الثاني (4 نقط)

$(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس للفضاء ، لتكن النقط $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ ، $C(-1;1;1)$

1) بيّن ان النقط A ، B ، C تعيّن مستويا

2) تحقق من ان الشعاع $\vec{n}(2;-4;3)$ عمودي على كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3) ليكن (P_1) المستوي الذي معادلته $2x+y+2z+1=0$

وليكن (P_2) المستوي الذي معادلته $x-2y+6z=0$

أ- بيّن ان تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) هو مستقيم (d) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له

ب- هل المستقيم (d) والمستوي (ABC) متقاطعان او متوازيان – علّل جوابك

4) لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها C ونصف قطرها 1.

عين مجموعة النقط المشتركة بين (S) و (P_1).واعط عناصرها المميزة

التمرين الثالث (4 نقط)

1- أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $z^2-2z+2=0$.

ب) استنتج حلول المعادلة : $(-iz+3i+3)^2-2(-iz+3i+3)+2=0$

2- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C صور الاعداد المركبة : $z_A=1+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=2z_B$.

أ) برهن أن النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة واحدة مركزها النقطة ω ذات اللاحقة $z_\omega = 3$.

ب)اكتب على الشكل الأسى العدد المركب $\frac{z_C - z_\omega}{z_A - z_\omega}$

استنتج أن النقطة C هي صورة النقطة A بتحويل نقطي R يطلب تعيينه بدقة مع ذكر العناصر المميزة له.

جـ)لتكن D صورة النقطة O بالانسحاب الذي شعاعه $2\overrightarrow{\omega C}$.

والتكن 'B صورة النقطة B بالتحويل R.

عين لاحقتي النقطتين D ، 'B ، ثم تحقق أن الشعاعين $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{\omega B'}$ متعامدان.

التمرين الرابع (8 نقط)

I- لتكن الدالة العدديّة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2e^x - x - 2$.

1) ادرس تغيّرات الدالة g.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا α في المجال $]-1,6;-1,5[$.

3) احسب $g(0)$ ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$.

II- لتكن الدالة العدديّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{2x} - (x+1).e^x$.

نسمّي (C) منحنيها في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$، حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 5cm$.

1) ا- احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجة الأولى بيانيّا .

بـ- تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^x.g(x)$.

جـ- ادرس إشارة $f'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات f.

د- بيّن أنّ $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}\right)$ ، ثمّ استنتج حصراً لِـ $f(\alpha)$.

2) ا- أنشئ المنحني (C) على المجال $]-\infty,+1]$ في المعلم المذكور أعلاه .

بـ- باستعمال المكاملة بالتجزئة، أثبت أنّ : $\int_{\lambda}^{0}(x+1)e^x dx = -\lambda e^{\lambda}$ ؛ حيث λ عدد حقيقي سالب.

جـ- استنتج حساب $A(\lambda)$: مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C) و بمحور الفواصل

و بالمستقيميْن ذويْ المعادلتيْن $x = o$ و $x = \lambda$.

د- احسب $\lim_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$.

الامتحان التجريبي لبكالوريا التعليم الثانوي **دورة:ما ي 2015**

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات الموضوع رقم **12** **المدة: 3 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول :(04 نقط)

°1)لتكن f دالة عددية معرفة على المجال $I=[0;1]$ كما يلي: $f(x)=x-\ln(x^2+1)$

واليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$كما هو مبين في الشكل في الوثيقة المرفقة

أ)بقراءة بيانية شكّل جدول تغيرات الدالة f على المجال I.

ب)بيّن أنه إذا كان : $x\in I$ فإن : $f(x)\in I$

°2) (U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$كما يلي: $U_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1}=f(U_n)$.

أ) مثّل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 دون حسابها على حامل محور الفواصل وذلك بالاستعانة بالمنحنى (C_f)

والمستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$ (أبرز خطوط الرسم)

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر (U_n) وتقاربها انطلاقا من التمثيل السابق.

جـ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_n\in I$

د)ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) واستنتج أنّ (U_n) متقاربة ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(U_n)$

التمرين الثاني :(04 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+5=0$

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط I ، B و A ذوات اللاحقات: $z_I=1-2i$ ، $z_B=-3$ و $z_A=2+\overline{z_I}$

أ)اكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $Z=\dfrac{z_I-z_A}{z_I-z_B}$

ب)اكتب العدد المركب Z على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث IAB .

جـ) احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2.

3) لتكن G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$

أ) احسب z_G لاحقة النقطة G.

ب)عين (Γ_1)مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

عين (Γ_2)مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4\sqrt{5}$

التمرين الثالث: (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1) نعتبر المستوي (P) ذا المعادلة: $x+y-1=0$ والمستوي (P') ذا المعادلة: $y+z-2=0$

أ) تحقق أنّ (P) و (P') متقاطعان.

ب) بيّن أنّ تقاطع (P) و (P') هو المستقيم (D) الذي تمثيله الوسيطي هو: $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=2-t \end{cases}$ حيث $(t\in\mathbb{R})$

2-أ) اكتب معادلة للمستوي (R) الذي يشمل المبدأ O ويعامد المستقيم (D).

ب) بيّن أنّ إحداثيات I: نقطة تقاطع المستوي (R) والمستقيم (D) هي $(0;1;1)$

3) لتكن النقطتان $A(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2})$ و $B(1;1;0)$.

أ) تحقق أنّ A و B تنتميان إلى المستوي (R).

ب) نسمي A' و B' نظيرتي النقطتين A و B على الترتيب بالنسبة للنقطة I. بيّن أن الرباعي $ABA'B'$ معيّن.

التمرين الرابع: (08 نقط)

I- لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+2-2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g وسجل جدول تغيراتها.

2) استنتج ، حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II-نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{2\ln x}{x}+x-1$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ ثم فسّر النتيجة الثانية هندسيا.

ادرس وضعية (C_f) مع مستقيمه المقارب المائل (Δ).

3-ا) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإنّ: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) عند نقطة يطلب تعيين إحداثيّيْها، ثم اكتب معادلة لـ (T).

5) أنشئ كلا من المستقيمين (Δ) و (T) ، ثم المنحنى (C_f)

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $2\ln x-xm=x$.

7) احسب العدد الحقيقي A حيث: $A=\int_1^e \frac{2\ln x}{x}dx$ ؛ فسّر هندسيا العدد الحقيقي A

انتهى

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = -1$ ؛ $u_1 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$

و لتكن المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$.

1) ا- احسب v_0.

ب- أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسيّة يطلب تعيين أساسها.

جـ- اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

د- احسب ، بدلالة n ، المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ ، ثمّ جِدْ $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \frac{u_n}{v_n}$.

ا- احسب w_0.

ب- بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابيّة يطلب تعيين أساسها.

جـ- اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ، ثم عيّن أصغر عدد طبيعي n الذي يحقق : $e^{w_n} \geq 2011$

التمرين الثاني:(05 نقط)

1) نعتبر، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ ، كثير الحدود $p(z)$ حيث $p(z) = z^3 - 6z^2 + 12z - 16$.

ا- احسب $p(4)$.

ب- بيّن أنّ $p(z) = (z-4)(z^2 - 2z + 4)$ ، ثمّ حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z) = 0$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ حيث $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 2\,cm$.

تعطى النقط A ، B ، C التي لواحقها على التّرتيب: $z_A = 4$ ؛ $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ ؛ $z_C = \overline{z_B}$.

ا- أنشئ بعناية النقط A ، B ، C

ب- ما طبيعة المثلّث ABC ؟ علّل إجابتك.

3) لتكن النّقطة K ذات اللاحقة $z_K = -\sqrt{3} + i$.

ا- عيّن z_F لاحقة النقطة F : صورة النّقطة K بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

ب- عيّن z_G لاحقة النقطة G صورة النّقطة K بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$.

جـ- أثبت أنّ المستقيميْن (OC) و (OF) متعامدان.

د- علّم النّقطتيْن G و K ، ثمّ بيّن أنّ الرّباعي $OBGK$ مربّع.

هـ- عيّن طويلة وعمدة z_G.

التمرين الثالث: (04،5 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(6,0,0)$ ، $B(0,6,0)$ ، $C(0,0,6)$ ، $D(-2,-2,-2)$.

1) ا- تحقق أنّ النّقط A،B،C تعيّن مستويا (P).

بـ- بيّن أنّ $x+y+z-6=0$ معادلة ديكارتيّة للمستوي (P).

جـ- أثبت أنّ المستقيم (OD) يقطع المستوي (P) في النّقطة $H(2,2,2)$.

د- تحقق أنّ النقطة H متساوية البُعْد عن النقط A،B،C.

2) ليكن (Q) المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[CD]$.

ا- بيّن أنّ $x+y+4z-6=0$ معادلة ديكارتيّة للمستوي (Q).

بـ- أثبت أنّ المستقيم (OD) يقطع المستوي (Q) في نقطة ω يطلب تعيين إحداثيّاتها .

3) ليكن (S) سطح الكرة ذات المركز ω و نصف القطر $3\sqrt{3}$.

ا- اكتب معادلة ديكارتيّة لـسطح الكرة (S).

بـ- تحقق أنّ سطح الكرة (S) يشمل النقط A،B،C،D.

جـ- عيّن تقاطع سطح الكرة (S) مع المستوي (P) وأعط عناصره المميّزة.

التمرين الرابع: (06،5 نقط)

I لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{(x+1)e^x+x+2}{e^x+1}$.

نسمّي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$؛ [وحدة الطول: 2cm].

1) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{e^{2x}+e^x+1}{(e^x+1)^2}$.

3) ادرس تغيّرات f، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

4) برهن أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-2\prec\alpha\prec-1$.

5) ا- أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x+1+\dfrac{1}{e^x+1}$ وأنّ $f(x)=x+2-\dfrac{e^x}{e^x+1}$.

بـ- استنتج أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيميْن مقاربيْن مائليْن (D) و (D') يطلب إعطاء معادلة لكلّ منهما.

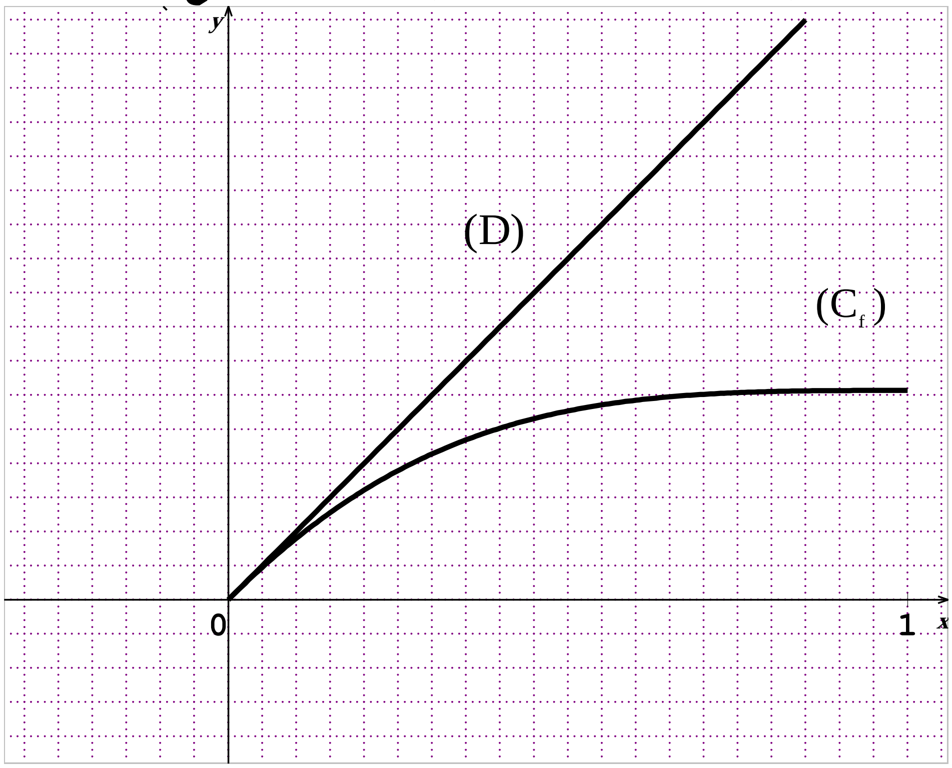
جـ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)=3$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيّا.

6) ا- أنشئ المنحني (C_f).

بـ- احسب، بـِ cm^2 ، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) و بالمستقيمات التي معادلاتها:

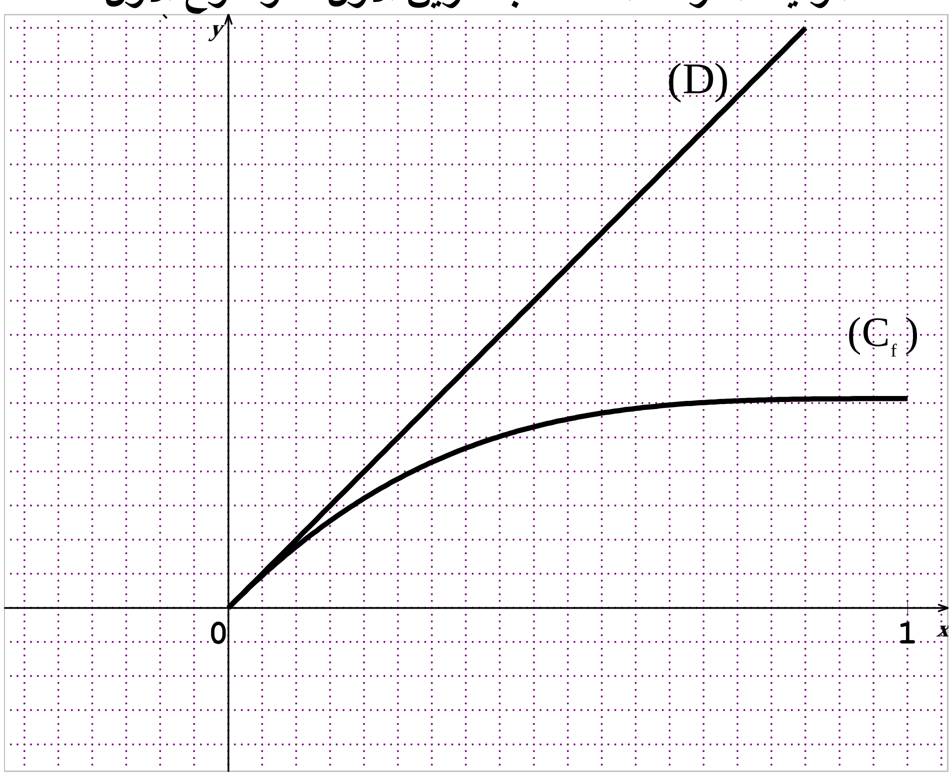
$x=0$ ؛ $x=1$ ؛ $y=x+2$.

الوثيقة المرفقة الخاصة بالتمرين الأول للموضوع الأول



ملاحظة: مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 على حامل محور الفواصل ثم أعد هذه الوثيقة مع ورقة الإجابة

الوثيقة المرفقة الخاصة بالتمرين الأول للموضوع الأول



ملاحظة: مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 على حامل محور الفواصل ثم أعد هذه الوثيقة مع ورقة الإجابة

الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

امتحان كالوريا لتعليم الثانوي التجريبي دورة: ماي2015
الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات **الموضوع رقم 13** **المـدة: 03 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــوع الأول

التمرين الأول :(4.5 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ؛[وحدة الطول $4cm$].

لتكن النقطتان A ، B اللتان لاحقتاهما على التّرتيب: $z_A = -i$ ؛ $z_B = e^{\frac{5\pi}{6}i}$.

1)اكتب z_A على الشكل الأسّي و z_B على الشكل الجبري.

2)ليكن الدوران R الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{-2\pi}{3}$ ولتكن C صورة النقطة Bبالدوران R.

أ) اكتب العبارة المركبة للدوران R.

ب)بيّن أن لاحقة النقطة C هي: $z_C = e^{\frac{\pi}{6}i}$، ثم اكتب z_Cعلى الشكل الجبري.

جـ)بيّن أن النقط A ، B ، Cتنتمي إلى دائرة واحدة (Γ)مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها .

3-أ) اكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$على الشكل الأسي .

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC .

جـ) θعدد حقيقي، عيّن المجموعة (E)للنقط $M(z)$ بحيث: $iz = 1 + e^{i\theta}$؛عندما يمسح θ المجموعة $\mathbb{R}$

التمرين الثاني (4.5 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس$(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A\left(2;-1,0\right)$ ، $B\left(0;3,-4\right)$ ، $D\left(4;1;1\right)$ و $E\left(0;3;\frac{1}{2}\right)$.

1)عين إحداثيات النقطة C حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

2)احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

3) جد تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABD)، ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

4-أ) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)الذي يشمل النقطة E ويعامد المستوي (ABD).

ب) جد إحداثيات النقطة I نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوي (ABD).

جـ)برهن أن I نقطة من القطعة المستقيمة $[BD]$، ثم حدد موقعها بالنسبة للنقطتين B و D.

5-احسب حجم الهرم $ABCDE$.

التمرين الثالث (04نقط)

لتكن المتتالية(u_n) المعرّفة على$\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = 4 - \dfrac{4}{1+u_n}$

1-أ) احسب u_1 و u_2.

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 \prec u_n \prec 3$.

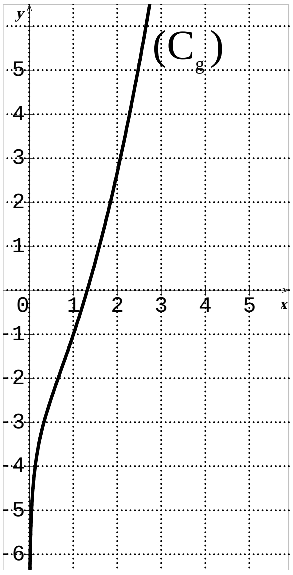
جـ) بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على$\mathbb{N}$ ، ثم استنتج أنها متقاربة.

2)لتكن (v_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n}$

أ) بيّن أن المتتالية (v_n)هندسية أساسها $\dfrac{1}{4}$.

ب) اكتب v_n بدلالةn و استنتج u_n بدلالة n، ثم احسب نهاية المتتالية (u_n).

جـ) احسب المجموع $S = v_0^2 + v_1^2 + ... + v_{2012}^2$



التمرين الرابع (07 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$.

I- المنحنى(C_g)هو التمثيل البياني للدالة العددية h والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$

كما يلي: $h(x) = x^2 - 2 + \ln x$

أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة h.

ب) علل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث $1,25 \prec \alpha \prec 1,5$ يحقق: $h(\alpha) = 0$

جـ)استنتج اشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = x + \dfrac{1-\ln x}{x}$

وليكن (C_f)تمثيلها البياني.

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. ثم احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{h(x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بيّن أن : $f(\alpha) = 2\alpha - \dfrac{1}{\alpha}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5)أ- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)معادلته : $y = x$

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

6) بيّن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم(Δ) ، يطلب تعيين معادلة له.

7) أنشئ كلا من (T) و (Δ) ثم المنحنى (C_f) في المعلم السابق.

8) ناقش ، بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $mx + \ln x - 1 = 0$

الموضـــوع الثاني

التمرين الأوّل: (03 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التّالية:

1. T التحويل النقطي الذي يحوّل $M(z)$ إلى $M'(z')$ حيث $z' = 2iz + 4 + 2i$.

ا) T هو تشابه مباشر نسبته $k = 2$ و زاويته $\theta = \frac{\pi}{2}$ و لاحقة مركزه ω : $z_\omega = 2i$.

ب) المثلّث $\omega MM'$ قائم في M.

2. α عدد مركّب حيث $\alpha = -2\left(\sin\frac{2\pi}{3} + i\cos\frac{2\pi}{3}\right)$.

ا) الشّكل الأسّي للعدد α هو $\alpha = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$. **ب)** $\frac{1}{\alpha^{13}} + \alpha = 2\sqrt{3}$.

3. (u_n) متتالية عدديّة معرّفة بـ: $u_0 = 7$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + \frac{6}{5}$.

ا) $u_n = 2\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1} + 1\right]$. **ب)** (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

التمرين الثاني: (04,5 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النّقط $A(1,4,-5)$ ، $B(3,2,-4)$ ، $C(5,4,-3)$ ، $D(-2,8,4)$ و الشّعاع $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\5\\-1\end{pmatrix}$.

1) بيّن أنّ $x - 2z - 11 = 0$ هي معادلة ديكارتيّة للمستوي (ABC) .

2) حدّد تمثيلا وسيطيّا للمستقيم (T) الذي يشمل النّقطة D و يوازي $\vec{u}$.

3) (P) المستوي ذو المعادلة الدّيكارتيّة $x - y - z = 7$.

ا- بيّن أنّ المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$.

بـ- أثبت أنّ المستقيمين (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي.

4) تُعطى النّقطتان $E(3,0,-4)$ و $F(-3,3,5)$. تحقق أنّ E تنتمي إلى (Δ) وأنّ F تنتمي إلى (T).

5) لتكن (Γ) : مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{FE} = \alpha$ ؛ $\alpha \in \mathbb{R}$.

ا- جد، بدلالة α، معادلة ديكارتيّة لـ (Γ) و استنتج أنّ (Γ) مستوٍ، $\overrightarrow{FE}$ شعاع ناظمي له.

بـ- عيّن قيمة α حتى يكون (Γ) المستوي المحوري للقطعة $[FE]$.

التمرين الثالث: (04,5 نقط)

1) حلّ ، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة $(z+\sqrt{3}-3i)(z^2-6z+12)=0$.

2) يُنسب المستوي المركّب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B، C التي لواحقها على الترتيب $z_A=3+i\sqrt{3}$، $z_B=3-i\sqrt{3}$ ، $z_C=-\sqrt{3}+3i$.

ا- اكتب كلاًّ من z_A و z_C و $\frac{z_C}{z_A}$ على الشّكل الأسّي ثمّ استنتج طبيعة المثلّث OAC.

ب- احسب $\left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2012}+\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1433}$ (تعطى النّتيجة النهائيّة على الشّكل الجبري).

3) لتكن النّقطة D نظيرة C بالنّسبة إلى محور الفواصل. بيّن أنّ المستقيميْن (AD) و (BC) متعامدان.

4) عيّن نسبة و زاوية التّشابه المباشر S الذي مركزه $E\left(3-\sqrt{3},0\right)$ و يحوّل النّقطة A إلى النّقطة C.

5)بيّن أنّ النّقط A، E، O، C تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

التمرين الرابع: (08 نقط)

I- لتكن الدالة العدديّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{3e^x-1}{e^x+1}$.

يرمز (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$؛[وحدة الطول: $2cm$].

1.ا) احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ وَ $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، و فسّر النتيجتيْن هندسيّا.

ب) احسب $f'(x)$ و ادرس إشارته ثمّ شكّل جدول تغيّرات f.

2.ا) x عدد حقيقي كيفي من $\mathbb{R}$ ؛ احسب $f(-x)+f(x)$، ثم فسّر النتيجة هندسيّا .

ب) بيّن أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيّيْها.

3. لتكن الدالة العدديّة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=f(x)-x$.

ا) احسب $\lim_{x\to-\infty}g(x)$ وَ $\lim_{x\to+\infty}g(x)$.

ب) بيّن أنه ،من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=\frac{-(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$.

جـ) ادرس إشارة $g'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات g.

د) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2,7;2,8[$. ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

4. عيّن إحداثيّيْ نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثمّ أنشئ (C_f) والمستقيم(Δ) ذا المعادلة $y=x$.

II- (u_n) متتالية عدديّة معرّفة على $\mathbb{N}$ بِـ : $u_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1. باستخدام (C_f) والمستقيم(Δ)، مثّل- و دون حساب- الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، على حامل محور الفواصل.

2.برهن بالتراجع ، من أجل كلّ عدد طبيعي n، أنّ $1\leq u_n\prec\alpha$.

3.ا)تحقق أنّ $u_{n+1}-u_n=g(u_n)$ و استنتج من إجابة السؤال I-3.د أنّ (u_n)متزايدة.

ب)استنتج أنّ (u_n) متقاربة.

الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي دورة: ماي2015 ي
الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات **الموضوع رقم 14** **المـدة: 03 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــوع الأول

التمرين الأول :(4.5 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $z^2-2z+2=0$.

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن النقط K ، L و M والتي لواحقها على التّرتيب: $z_K=1+i$ ؛ $z_L=1-i$ و $z_M=-i\sqrt{3}$.

أنشئ النقط K ، L و M في المعلم السابق.

3-أ) تحقق أن z_N لاحقة النقطة N نظيرة النقطة M بالنسبة للنقطة L هي $2+i(\sqrt{3}-2)$.

ب)نعتبر الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ حيث : $r(M)=A$ و $r(N)=C$.

عيّن اللاحقتين z_A و z_C للنقطتين A ، C على الترتيب .

جـ)نعتبر الانسحاب t الذي لاحقة شعاعه هي $2i$ حيث: $t(M)=D$ و $t(N)=B$.

عيّن اللاحقتين z_D و z_B للنقطتين B ، D على الترتيب .

4-أ) بيّن أن النقطة K هي منتصف كلا من القطعتين المستقيمتين $[DB]$ و $[AC]$.

ب)بيّن أن : $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثاني (4.5 نقط)

I)لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=\frac{1}{3}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}\right]$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\prec u_n\prec 1$.

2-أ) تحقق أنّ : $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$ من أجل كل عدد طبيعي n ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ب) بيّن أن (u_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها.

II) لتكن (v_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=-\frac{u_n-1}{2u_n}$

أ) بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n، ثم احسب من جديد نهاية المتتالية (u_n).

جـ) احسب بدلالة n المجموعين $S_n=v_0+v_1+......+v_n$ و $T_n=u_0+3u_1+9u_2+......+3^n u_n$

التمرين الثالث (04نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(12;7;-13)$ ، $B(3;1;2)$ والمستوي (P) الذي يشمل النقطة B و $\vec{n}(3;2;-5)$ شعاع ناظمي له. والمستوي (P') ذو المعادلة الديكارتية $x+y-2z=0$.

1) بيّن أن (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم يشمل النقطة B و $\vec{u}(1;1;1)$ شعاع توجيه له.

2)أثبت أن النقطة B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P) .

3) ليكن (Q) المستوي والمعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=2t-2\lambda+6 \\ y=2t+3\lambda+5 \quad t;\lambda\in\mathbb{R} \\ z=2t-6 \end{cases}$

أ)بيّن أن المستويان (P) و (Q) متوازيان.

ب) تحقق أن المعادلة : $3x+2y-5z=5$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) .

جـ) لتكن I منتصف القطعة $[BA]$.

تحقق أنّ النقطة I تنتمي للمستوي (Q) ثم استنتج أن المستوي (Q) هو المستوي المحوري للقطعة $[BA]$.

4) لتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$.

أ)بيّن أن (S) هي سطح كرة يطلب تحديد عناصرها المميزة .

ب)استنتج ان المستوي يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الرابع (07 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I- الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة العددية g

والمعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

أ) علل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث: $-0,38\prec\alpha\prec-0,36$ يحقق: $h(\alpha)=0$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$

ب- استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ- بيّن أن : $f(\alpha)=2\alpha+3+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيتّها.

4-أ- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (d) معادلته : $y=2x+1$ ،ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d) .

جـ-أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق وعلى المجال $]-1,5\,;+\infty[$ (تعطى $f(-1,5)=4,72$)

5) لتكن الدالة h والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=f(x^2.e^{x})$.

بالستعمال مشتق دالة مركبة ، استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

6) لتكن الدالة k والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $k(x)=(ax+b)e^{-x}$.

أ-عيّن العددين الحقيقين a و b بحيث تكون k دالة أصلية للدالة $x\mapsto -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

الموضــوع الثاني

التمرين الأول:(4.5 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $3u_{n+1}=u_n+4n+4$.

1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3.

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>0$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$، $u_n>\frac{4}{3}n$

جـ) استنتج نهاية المتتالية (u_n). .

3) نعرف المتتالية (v_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n-2n+1$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=4\left(\frac{1}{3}\right)^n+2n-1$.

جـ) احسب بدلالة n. المجموع S_n المعرف من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$

ثم استنتج بدلالة n المجموع T_n حيث : $T_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

التمرين الثاني:( )

في الفضاء المزود بالمعلم $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$ المتعامد والمتجانس، نعتبر النقط $A(1\,;0\,;-2)$، $B(3\,;1\,;0)$، $C(1\,;0\,;1)$

1. أكتب معادلة لسطح الكرة (S) التي مركزها A و تشمل النقطة B ،

2. لتكن (Δ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء بحيث : $\begin{cases}x+2z-3=0\\ y+z-1=0\end{cases}$

- بين أن (Δ) مستقيم من الفضاء شعاع توجيهه $\vec{u}(-2\,;-1\,;1)$ ويشمل النقطة B

3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A و يعامد المستقيم (Δ) .

4. أ- عين احداثيات نقطة تقاطع المستوي (P) و المستقيم (Δ) .

ب- أحسب بعد النقطة A عن المستقيم (Δ) .

جـ - استنتج أن (Δ) يقطع سطح الكرة (S) في نقطتين .

5. t عدد حقيقي و G مرجح الجملة $\{(C;1),(B;e^t)\}$.

- بين أن : $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{1+e^t}\overrightarrow{BC}$.

- شكل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على IR بـ : $f(t)=\frac{1}{1+e^t}$.

- استنتج مجموعة النقط G عندما يتغير t في IR هي القطعة $[BC]$.

التمرين الثالث:(05نقط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o\,;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B ، C صور الأعداد المركبة $z_A=-2i$ ، $z_B=-\sqrt{3}+i$ ، $z_C=\sqrt{3}+i$

1. أ) اكتب z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي

ب) استنتج مركز ونصف قطر الدائرة (C) التي تشمل النقط A ، B ، C

جـ) علم النقط A ، B ، C ثم أرسم الدائرة (C)

.2 أ) اكتب العدد $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC

.3 ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$

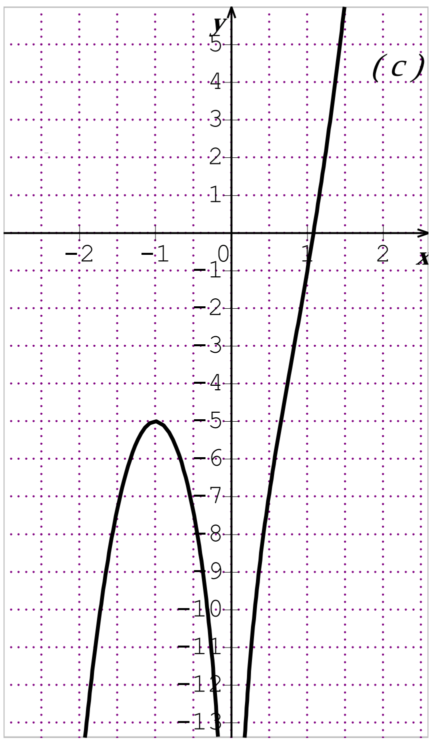
أ) بين أن النقطة O' ذات اللاحقة $-\sqrt{3}-i$ صورة النقطة O بالدوران r

ب) بين أن $[O'C]$ قطرا للدائرة (C) .

جـ) انشئ (C') صورة الدائرة (C) بالدوران r.

د) تحقق أن الدائرتين (C) و (C') تشتركان في النقطتين A و B

<u>التمرين الرابع :</u>(4.5 نقط)



I- المنحنى المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ :

$$g(x) = 2x^3 - 3 + 6ln|x|$$

1) **بقراءة بيانية** : شكل جدول تغيرات g .

2) بين ان المعادلة تقبل حلا وحيدا α يحقق $1.07 < \alpha < 1.09$

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = 2x - \frac{3ln|x|}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ المتعامد

$(\|\vec{\imath}\| = 2cm$ و $\|\vec{\jmath}\| = 1cm)$

.1 احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 0} f(x)$

ثم فسر النتيجة الاخيرة هندسيا

.2 أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f'(x) = \frac{x.g(x)}{x^4}$

ب- استنتج اشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات $f(x)$

جـ- بين ان $f(\alpha) = 3\alpha - \frac{3}{2\alpha^2}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

.3 أ- بين ان المستقيم (D) ذا المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (D)

.4 أ- بين انه يوجد مماس (Δ) لـ (C_f) يوازي المستقيم (D) و يمس (C_f) في نقطتين .يطلب اعطاء معادلة لهذا المماس .

ب- انشئ (Δ) و (D) و (C_f) . (تعطى $f(-0.75) = 0$)

.5 أ- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $mx^2 + 3\ln x = 0$

ب- لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $h(x) = \frac{a+bln|x|}{x}$

- عين العددين الحقيقيين a ، b بحيث تكون h دالة اصلية للدالة $x \to \frac{\ln|x|}{x^2}$ على $\mathbb{R}^*$
- استنتج دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}^*$.

اختبار في مادة الرياضيات **الموضوع رقم 15** **المـدة: 03 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــوع الأول

التمرين الأول: (04.5 نقط)

أ)حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $(E): (z+\sqrt{3}-1)(z^2-2z+4)=0$

ب)في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها:
$z_A=1-\sqrt{3}$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=1-i\sqrt{3}$.

1-أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ، ثم بيّن أن $z_B^{2016}+z_C^{2016}=2^{2017}$.

2- بيّن أن من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $z_B^n+z_C^n$ عدد حقيقي ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $z_B^n+z_C^n=2^n$

3- أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد المركب $\frac{z_A-z_C}{z_A-z_B}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

4- عين اللاحقة z_G للنقطة G منتصف القطعة $[BC]$ ثم احسب الطولين BC و GA

5-نسمي (S) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تتحقق: $BM^2+CM^2=12...(1)$

*تحقق أنه من أجل كل نقطة M من المستوي المركب: (1) تكافئ $\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{CM}=0...(2)$

* بين أن النقطة A تنتمي للمجموعة (S)،ثم حدّد المجموعة (S) مع إعطاء عناصرها المميزة

* علم بدقة النقط A ، B ، C و G ثم أنشئ المجموعة (S).

التمرين الثاني (04.5نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(-2;0;1)$ ، $B(1;2;-1)$ و $C(-2;2;2)$.

1 -أ) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، ثم الطولين AB و AC .

ب) عين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ بالدرجة مقربة إلى الوحدة ، ثم استنتج ان A ، B و C ليست في استقامية.

2- تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $2x-y+2z+2=0$.

3-(P) و (P') في الفضاء والمعرفين بمعادلتيهما على الترتيب : $x+y-3z+3=0$ و $x-2y+6z=0$.

بين ان المستقيم (Δ) والمعرف بتمثيله الوسيطي التالي : $\begin{cases} x=-2 \\ y=3t-1; t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$ هو تقاطع المستويين (P) و (P').

استنتج أن المستويات (P) ، (P') و (ABC) تشترك في نقطة واحدة يطلب تعيين احداثياتها.

4-لتكن (S) سطح الكرة والتي مركزها النقطة $\omega(1;-3;1)$ ونصف قطرها 3 .

أ)اكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S).

ب) أدرس تقاطع سطح الكرة (S) والمستقيم (Δ).

جـ) بين أن المستوي (ABC) يمس سطح الكرة (S).

التمرين الثالث (04نقط)

أجب **بصحيح** أو **خطأ** مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية.

1)في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها:

$z_A = 1+i$ ، $z_B = 3i$ و $z_C = (1-2\sqrt{2}) + i(1-\sqrt{2})$.

النقطة C هي صورة النقطة B بواسطة التشابه المباشر الذي مركزه النقطة A ، ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

2) في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ المستوي (P) الذي معادلته $2x+y-z+1=0$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(2;1;-1)$ و $\vec{u}(1;-1;1)$ شعاع توجيه له لا يشتركان في أية نقطة.

3) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = -3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{9}{6-u_n}$.

المتتالية (v_n) والمعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$ حسابية حدّها الأول $v_0 = -\frac{1}{6}$ واساسها 5

التمرين الرابع (07نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة $4cm$

I- نعتبر الدالة العددية g والمعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي: $g(x) = 1 - xe^x$.

1-عين نهاية الدالة g عند $+\infty$.

2-ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[0;+\infty[$ يحقق: $0,5 \prec \alpha \prec 1$ ، ثم استنتج أن: $e^\alpha = \frac{1}{\alpha}$.

ب)استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $[0;+\infty[$ وذلك حسب قيم x

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x+1}{e^x+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ، ماذ تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟.

2- أ) بين أن f قابلة للاشتقاق على مجال تعريفها ، ثم تحقق أن $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x+1)^2}$.

ب) بين أن: $f(\alpha) = \alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3-أ)بيّن أنه من كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$ فإن: $f(x) - x = \frac{g(x)}{e^x+1}$

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (d) ذو المعادلة : $y = x$.

4- انشئ المستقيم (d) والمنحى (C_f)

III-1-بيّن أنه إذا كان $x \in [0;\alpha]$ فإن : $f(x) \in [0;\alpha]$.

2- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ)باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (d) مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 دون حسابها.

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \le u_n \le u_{n+1} \le \alpha$ ، استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وجد نهايتها

الموضــوع الثاني

التمرين الاول (4.5نقط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ من المستوي حيث: $z'-1=2i(z-1)$

والتكن A ، B ، C نقط صور الأعداد المركبة: $z_A=1$ ، $z_B=4-i$ ، $z_C=3+i$

1- حدّد طبيعة التحويل S مع إعطاء عناصره المميزة

2- بين أن النقط A ، B ، C تعين مثلثا في المستوي يطلب تعيين لاحقة النقطة G مركز ثقله.

3-أ) عين لاحقتا النقطتين B' و C' صورتي النقطتين، B ، C بالتحويل S

ب) بين أن النقطة G' مركز ثقل المثلث $AB'C'$ هي صورة النقطة G بالتحويل S .

4-ليكن (Δ) مستقيم ذو المعادلة الديكارتية : $x+3y-1=0$.

أ) تحقق أن النقطتين A ، B تنتميان للمستقيم (Δ).

ب) استنتج المعادلة الديكارتية للمستقيم (Δ') صورة المستقيم (Δ) بالتحويل S.

5-أ) بين أنه من أجل كل نقطة M تختلف عن النقطة A :

$$AM'=2AM \text{ و } (\vec{u};\overrightarrow{AM'})=\frac{\pi}{2}+(\vec{u};\overrightarrow{AM}) .$$

ب) بين أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى دائرة مركزها A ونصف قطرها 1 فصورتها النقطة M' بالتحويل S تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة.

جـ) حدّد مجموعة النقط M' التي من اجلها النقطة M تمسح محور الفواصل.

التمرين الثاني :(04 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}$.

1) أ- احسب u_1 ، u_2 ، u_3.، ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \succ 1$.

ب-بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

جـ- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n^2-1$

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2v_{n+1}=v_n$.

ب- استنتج أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .

جـ- أكتب بدلالة n ، كلا من v_n و u_n ، ثم أحسب من جديد $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

3)احسب بدلالة n كلا من المجاميع التالية :

$$S_n=u_0^2+u_1^2+....+u_n^2 \text{ ، } T_n=v_0+2v_1+....+2^n v_n \text{ و } L_n=\ln v_0+\ln v_1+....+\ln v_n$$

التمرين الثالث (4.5نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ و $C(6;-2;-1)$.

واليكن المستوي (π) والمعرف بالمعادلة الديكارتية : $x+y+z-3=0$

عين العبارة **الصحيحة** والعبارة **الخاطئة** من بين العبارات التالية مع التعليل في كل حالة.

1) المثلث ABC قائم.
2)المستوي (π) عمودي على المستقيم (AB) ويشمل النقطة A .
3)المستوي (P) العمودي على المستقيم (AC) ويشمل A له معادلة ديكارتية من الشكل: $x - z = 1$.
4) المستويان (π) و (P) متقاطعان وفق مستقيم $\vec{k}$ شعاع توجيه له.
5)لتكن D نقطة من الفضاء إحداثياتها $(-1;4;0)$.
أ-المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC) .
ب-حجم رباعي الوجوه $ABCD$ يساوي $\frac{\sqrt{131}}{2}(u.v)$

التمرين الرابع: (**07 نقط**)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة هي $2cm^2$

I- الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة العددية g

x	0 $\quad\quad$ 1 $\quad\quad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$
$g(x)$	0 $\nearrow$ $\dots$ $\searrow$ $\dots$

والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{2x^2}{x^2+1} - \ln(x^2+1)$

1- أ) احسب $g(1)$ ، ثم تحقق أن : $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$.
ب) أكمل جدول تغيرات الدالة g .
2-أ)علل وجود عدد حقيقي وحيد α على المجال $]1;+\infty[$ بحيث: $g(\alpha) = 0$
ثم تحقق: $1,9 \prec \alpha \prec 2$
ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ:
$f(0) = 0$ ومن أجل كل عدد حقيقي $x \neq 0$: $f(x) = \frac{\ln(x^2+1)}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن : $\lim_{x\to0} \frac{f(x)}{x} = 1$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
2- أ) بين أن الدالة f فردية .
ب) بيّن أن: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ثم استنتج $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
3-أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 0 : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$
جـ) شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.
4) اكتب معادلة المماس (Δ) عند النقط ذات الفاصلة 0.
5-أ) بيّن أن : $f(\alpha) = \frac{2\alpha}{\alpha^2+1}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.
ب)أنشئ المماس (Δ) ثم المنحنى (C_f) في المعلم السابق.

III- أ)احسب التكامل $A(\alpha)$ والمعرف كمايلي: $A(\alpha) = \int_0^{\alpha} \frac{g(x)}{x^2} dx$
ب) بين أن: $A(\alpha) = f(\alpha)$

الشعبة: علوم تجريبية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي دورة: ماي 2015)

اختبار في مادة الرياضيات | الموضوع رقم 16 | المـدة: 03 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــوع الأول

التمرين الأول :(4,5 نقط)

في الفضاء المزوّد بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقطتيْن $A\left(\frac{2}{3};-3;2\right)$ و $B\left(-\frac{4}{3};0;-4\right)$.

1. ا) احسب إحداثيّات النقطة H: مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1)\}$.

ب) بيّن أنّ (P): مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MO}\right\|$ هي مستوٍ يُطلب تعيينه بدقة.

جـ) بيّن أنّ $y=-1$ هي معادلة ديكارتيّة لـِ (P).

2. ليكن (S) سطح الكرة التي قطرها AB.

ا) تحقق أنّ إحداثيّات مركزها Ω هي $\left(-\frac{1}{3};-\frac{3}{2};-1\right)$، و أنّ نصف قطرها $R=\frac{7}{2}$.

بـ) احسب المسافة بين النقطة Ω و المستوي (P)، و استنتج أنّ المستوي (P) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة (C).

جـ) بيّن أنّ $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+(z+1)^2=12$ هي معادلة للدائرة (C) في المستوي (P).

د) استنتج إحداثيّات I: مركز الدائرة (C) واستنتج نصف قطرها r.

التمرين الثاني (4,5 نقط)

1. حلّ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعدلة : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$.

2. نعتبر، في المستوي المركّب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A ، B ، C ، التي لواحقها على الترتيب: $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-\sqrt{3}-i$.

ا) عيّن z_D لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ACBD$ متوازي أضلاع.

بـ) اكتب على الشكل الأسّي الأعداد المركّبة : z_A ، z_B ، z_C.

جـ) تحقق أنّ $\left(\frac{z_C}{2}\right)^{1962}.\left(\frac{z_B}{2}\right)^{1435}.\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2014}=-i$.

د) ليكن التحويل S الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z، النقطة M' التي لاحقتها z' حيث $z'=(1-i\sqrt{3})z-\sqrt{3}+3i$.

تعرّف على طبيعة التحويل S و أعط عناصره المميّزة.

هـ) بيّن أنّ (Γ): مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق: $(z-z_A)\left(\overline{z-z_A}\right)=z_C.\overline{z_C}$ هي دائرة يُطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

و) عيّن (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S و أعط عناصرها المميّزة.

التمرين الثالث (4 نقط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ ب: $u_1=-2$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{3(n+1)u_n-(8n+12)}{n}$.

1. ا) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_n \prec 0$.

بـ) أثبت أنّ المتتالية (u_n) متناقصة.

2. نرمز بـ (v_n) إلى المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ بِـ : $v_n=\dfrac{-u_n+4}{n}$.

ا) برهن أنّ (v_n) متتالية هندسيّة أساسها 3 ، يطلب تعيين حدّها الأوّل.

بـ) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ، و استنتج عبارة u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

جـ) احسب، بدلالة n ، المجموعيْن : $S_n=v_1+v_2+\cdots+v_n$ ، ثمّ $\Sigma_n=\dfrac{v_1}{2}+\dfrac{v_2}{2^2}+\cdots+\dfrac{v_n}{2^n}$.

3. نضع ، من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $w_n=\ln(v_n)$.

احسب، بدلالة n ، المجموع : $T_n=w_1+w_2+\cdots+w_n$.

التمرين الرابع (07 نقط)

I- الجدول الموالي هو جدول تغيّرات الدالة g المعرّفة على $D_g=\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $g(x)=x^2+2x+\ln|x+1|$.

x	$-\infty$ -1 $+\infty$
$g(x)$	↘ ‖ ↗

1. احسب النهايات غير المسجّلة في جدول التغيّرات.

2. احسب $g(-2)$ و $g(0)$ ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على D_g .

II- لتكن f الدالة المعرّفة على $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=x-1-\dfrac{\ln|x+1|}{x+1}$.

يرمز (C_f) إلى منحنيها في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ ؛[وحدة الطول: $1cm$].

1.ا) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$.

بـ) احسب النهايات $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثمّ $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\<}}f(x)$ وَ $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}f(x)$ ، و فسّر النتيجتيْن الأخيرتيْن هندسيّا.

جـ) احسب $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ ، ثمّ فسر النتيجة هندسيّا.

2. ا) بيّن أنّه، من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$.

بـ) استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

جـ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّيْن α و β حيث $-0,5 \prec \alpha \prec -0,6$ و $1,3 \prec \beta \prec 1,4$.

د) x عدد حقيقي كيفي من D_f ؛ احسب $f(-2-x)+f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيّا .

3. ا) أنشئ المنحني (C_f) .

بـ) نعتبر، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة : $z^2+2(\alpha+1)z+\left[(\alpha+1)(\beta+2)+\ln(\alpha+1)\right]=0$ ؛

حيث α و β وسيطان حقيقيّان و $\alpha\geq0$. حدّد مجموعة النقط $M(\alpha,\beta)$ من المستوي التي تجعل المعادلة المذكورة تقبل حلّيْن مترافقيْن.

التمرين الأول :(4,5 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(3,4,0)$، $B(0,5,0)$، $C(0,0,5)$.

1. ا)علّم النقط A، B، C.

ب) تحقق من أنّ النقط A، B، C تعيّن مستويا.

جـ) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(1,3,3)$ ناظمي للمستوي (ABC)، ثم اكتب معادلة ديكارتيّة له.

2. ا) برهن أنّ المثلّث AOB متساوي السّاقيْن.

ب) عيّن إحداثيّات النقطة I: منتصف القطعة $[AB]$، ثمّ بيّن أنّ $OI = \dfrac{3\sqrt{10}}{2}$.

جـ) استنتج حجم رباعي الوجوه $OABC$.

3. ا) أثبت أنّ المسافة بين النقطة O و المستوي (ABC) تساوي $\dfrac{15}{\sqrt{19}}$.

ب) بحساب حجم رباعي الوجوه بكيفيّة ثانية، استنتج مساحة المثلّث ABC.

التمرين الثاني (4,5 نقط)

1. حلّ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعدلة : $(z+1-i\sqrt{3})(z^2-2z+4)=0$.

2. نعتبر، في المستوي المركّب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A، B، C ، التي لواحقها على الترتيب: $z_A = 1+i\sqrt{3}$، $z_B = \overline{z_A}$، $z_C = -1+i\sqrt{3}$.

ا) اكتب على الشكل الجبري العدد المركّب $\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ، و استنتج أنّه يمكن اعتبار B صورة لِـ C بتحويل نقطي S يطلب تعيينه مع عناصره المميّزة.

ب) عيّن z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,1);(C,1)\}$.

جـ) استنتج من ا) و بـ) طبيعة الرّباعي $ABDC$.

د) اكتب الأعداد المركّبة z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسّي.

هـ) عيّن (Γ): مجموعة النقط M ذات اللاّحقة z التي تحقق: $\arg\left((z-z_A)^2\right) = \arg(z_A . z_B . z_C)$.

التمرين الثالث (4,5نقط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_0 = 2$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3u_n + n - \frac{1}{2}$.

1. ا) احسب u_1 ، u_2، ثمّ أعط تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية.

ب) برهن بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \succ \frac{-n}{2} + \frac{1}{4}$.

جـ) n عدد طبيعي كيفي ، احسب $u_{n+1} - u_n$ ، ثمّ أكّد تخمينك السّابق

2. نرمز بـ(v_n) إلى المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = 4u_n + 2n$.

ا) برهن أنّ (v_n) متتالية هندسيّة أساسها3 ، يطلب تعيين حدّها الأوّل.

بـ) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ، و استنتج عبارة u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

جـ) احسب، بدلالة n ، المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$.

د) استنتج حساب المجموع : $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ ، بدلالة n .

التمرين الرابع (06,5نقط)

نعتبر الدالة العدديّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = -x + 1 + e^{2x} - e^x$.

يرمز (C_f) إلى منحني الدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (وحدة الطول $2cm$).

1. ا) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، ثمّ بيّن أنّ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

بـ) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} \left[f(x) - (-x + 1) \right]$ ، ثمّ فسر النتيجة هندسيّا.

جـ) ادرس الوضعيّة النسبيّة للمنحنى (C_f) و المستقيم المقارب المائل (Δ) .

2. ا) تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 2e^{2x} - e^x - 1$.

بـ) استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3. ا) أثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم المقارب (Δ) . يطلب إعطاء معادلة لهذا المماس.

بـ) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين فاصلتها.

4. ا) ارسم المماس (T) ثمّ المنحنى (C_f) .(تُعطى: $f(0,5) \simeq 1,57$ ؛ $f(0,75) \simeq 2,61$ ؛ $f(1) \simeq 4,67$).

بـ) ناقش بيانيّا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة $(m-1)e^{-2x} + e^{-x} = 1$.

جـ) عيّن الدالة الأصليّة F للدالة f على $\mathbb{R}$ ، و التي تحقق $F(0) = \frac{1}{2}$.