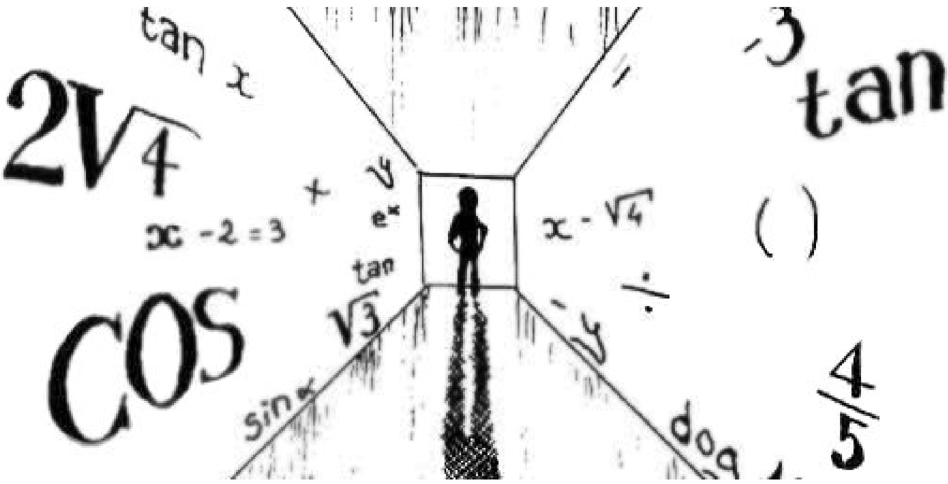
Ce document est distribué gratuitement par le site edudz.net

Exercices de maths

-- Les séries 2AS --

Par Mr Moula



Scanné par Majda et amélioré par InSide de l'équipe eduDz ;-)

01 / 02 /2009

القسم 2AS	المتتاليات الحسابية	الأستاذ Moula

التمرين الأول

عين الحدود الثلاثة الأولى (μ_0,μ_1,μ_2) لمتتالية حسابية و المعرفة كما يلي :
$$\begin{cases}\mu_0+\mu_1+\mu_2=3\\ \mu_0\times\mu_1\times\mu_2=-24\end{cases}$$

$(-4,1,6)$	$(6,1,-4)$

التمرين الثاني

عين ثلاثة حدود متعاقبة لمتتالية حسابية متزايدة تماما ، مجموعها يساوي 6و مجموع مربعاتها يساوي $\frac{33}{2}$

$$\left(\frac{7}{2},2,\frac{1}{2}\right)$$

التمرين الثالث

لتكن z,y,x ، 3 حدود متابعة من متتالية حسابية متزايدة تماما بحيث تحقق :
$$\begin{cases}2x+3y+z=7\\ x^2+y^2+z^2=62\end{cases}$$

- عين الأساس r لهذه المتتالية ثم استنتج الحدود z,y,x .

$(-7,2,-3)$	5

التمرين الرابع

$(\mu_n)_{n\in N^*}$متتالية حسابية معرفة كما يلي :
$$\begin{cases}\mu_1+\mu_2+\mu_3=-\frac{3}{2}\\ \mu_1+\mu_2+\mu_3+\mu_4+\mu_5=0\end{cases}$$

أحسب μ_1 و أساس r لهذه المتتالية.

0.5	-1

التمرين الخامس

(μ_n) متتالية حسابية متناقصة تماما معرفة كما يلي :
$$\begin{cases}\mu_0+\mu_1+\mu_2+\mu_3+\mu_4=35\\ \mu^2{}_0+\mu^2{}_1+\mu^2{}_2+\mu^2{}_3+\mu^2{}_4=335\end{cases}$$

أحسب الحد الثالث لهذه المتتالية (μ_2)ثم استنتج أساسها rو جميع حدودها الخمسة الأولى.

$(1,4,7,10,13)$	-3	7

التمرين السادس

(V_n)متتالية حسابية معرفة بحدها الأول V_1 و بمجموع حدودها الأربعة الأولى حيث: $\begin{cases} V_1 = 3 \\ V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = -18 \end{cases}$

1– عين أساس هذه المتتالية.

2– أحسب الحد العاشر لهذه المتتالية.

3– أكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة nثم أحسب نهاية V_nلما: $n \to +\infty$

4– أحسب المجموع $S_n = V_1 + V_2 + ... + V_n$

5– أحسب نهاية $\frac{2S_n}{n^2}$ لما : $n \to +\infty$

-5	$\frac{(5n-11)n}{2}$	$-\infty$	$5n-8$	-42	-5

التمرين السابع

(μ_n) متتالية حسابية ،حدها الأول μ_1 و أساسها r حيث: $\mu_3 = 2$ ، $\mu_5 = 8$

1– عين rثم μ_1 .

2– أكتب عبارة μ_n بدلالة n.

3– أحسب مجموع nحد الأولى من المتتالية(S_n) μ_n ثم عين العدد الطبيعي nبحيث يكون $S_n = 95$.

10	$\frac{(3n-11)n}{2}$	$3n-7$	-4	3

التمرين الثامن

لتكن $(\mu_n)_{n\in N}$ متتالية حسابية حدودها موجبة، أساسها $r = -5$ حيث : $\mu_3^2 + u_5^2 + \mu_7^2 = 875$

1– أحسب V_5 ثم V_0.

2– أكتب عبارة حدها العام V_n بدلالة n.

3– أحسب المجموع S_n حيث: $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$

4– عين قيم nبحيث يكون $8S_n \le 945$.

$\frac{(n+1)(-5n+80)}{2}$	$-5n+40$	40	15	$n = \{3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

التمرين التاسع

نعتبر المتتالية العددية (μ_n) المعرفة بحدها الأول $\mu_1 = 7$ و بالعلاقة التراجعية : $\forall n \in N^* : \mu_{n+1} = \mu_n + 4$

من أجل كل

لتكن المتتالية (V_n) و المعرفة كما يلي: $\forall n \in N^* : V_n = (\alpha - 2)\mu_n - 2\alpha \; (\alpha \in \mathbb{R})$

1- عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون (V_n) متتالية حسابية أساسها $r = 4$.

2- أكتب عبارة (V_n) بدلالة n ثم استنتج عبارة μ_n بدلالة n .

3- أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = V_1 + V_2 + ... + V_{n-1}$

4- أحسب بطريقتين مختلفتين المجموع: $K_n = \mu_1 + \mu_2 + ... + \mu_{n-1}$

$2n^2 + n - 3$	$2n^2 - 5n + 5$	$4n + 3$	$4n - 3$	3

التمرين العاشر

نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة كما يلي: $\begin{cases} V_0 = 4 \\ \forall n \in N : V_{n+1} = \dfrac{9V_n - 49}{V_n - 5} \end{cases}$

- بين أنه: $\forall n \in N : V_n \neq 7$
- ليكن L_n متتالية عددية معرفة بـــ : $\forall n \in N : L_n = \dfrac{1}{V_n - 7}$

- نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة كما يلي: $\begin{cases} V_0 = 4 \\ \forall n \in N : V_{n+1} = \dfrac{9V_n - 49}{V_n - 5} \end{cases}$
- بين أنه: $\forall n \in N : V_n \neq 7$
- ليكن L_n متتالية عددية معرفة بـــ : $\forall n \in N : L_n = \dfrac{1}{V_n - 7}$

- بين أن L_n متتالية حسابية، أحسب أساسها وحدها الأول.
- احسب كل من L_n و (V_n) بدلالة n.
- أحسب مجموع n حد الأولى من المتتالية L_n .
- أحسب المجموع : $S = L_{10} + L_{11} + ... + L_{19}$

$\dfrac{415}{6}$	$\dfrac{n(3n-7)}{12}$	$\dfrac{21n-8}{3n-2}$	$\dfrac{1}{2}n - \dfrac{1}{3}$	$-\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{2}$

التمرين الحادي العاشر

نعتبر المتتالية العددية (μ_n) و المعرفة كما يلي: $\begin{cases} \mu_1 = -5 \\ \forall n \in N^* : \mu_{n+1} = \dfrac{5\mu_n + 9}{-\mu_n - 1} \end{cases}$

- لتكن (V_n) متتالية عددية معرفة بـــ : $\forall n \in N : V_n = \dfrac{\mu_n - 1}{\mu_n + 3}$

1- أحسب $V_3, V_2, V_1, \mu_3, \mu_2$.

2- أ) برهن أنه : $\forall n \in N^* : \mu_n < -3$

ب) أدرس تغيرات (μ_n)ثم استنتج تقاربها.

3- أثبت أن (V_n)متتالية حسابية يطلب حساب أساسها r.

4- أحسب (V_n) بدلالة n ثم استنتج حساب (μ_n) بدلالة n .

5- أدرس تقارب (V_n)

6- أحسب المجموع : $S = V_1 + V_2 + ... + V_9$

$r = 2$	متقاربة (-3)	متزايدة	7	5	3	$\dfrac{-11}{3}$	-4	99	متباعدة ∞	$\dfrac{2}{n}-(-3)$	$2n+1$

التمرين الثاني عشر

لتكن (μ_n)متتالية عدية معرفة كما يلي : $\forall n \leq 0, \forall \alpha \in V - \{-1\} : \mu_n = \dfrac{\alpha^2 + n - 1}{\alpha + 1}$

1– أثبت أن μ_n متتالية حسابية ، أحسب أساسها وحدها الأول.

2– ناقش حسب قيم α تغيرات المتتالية (μ_n).

ر أحسب المجموع : $S = \mu_0 + \mu_1 + ... + \mu_{n-2}$

4– عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون نهاية $\dfrac{3S_n}{n_2}$. لما $n \to +\infty$ تساوي 1.

$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{(n-1)(n+2\alpha^2-4)}{(1+\alpha)^2}$	$1-\alpha$	$\dfrac{1}{1+\alpha}$

التمرين الثالث عشر

لتكن (μ_n) متتالية عددية معرفة كما يلي: $\begin{cases} \mu_0 = 2 \\ \forall n \in N : \frac{1}{2}\mu_{n+1} = 2\mu_n - \frac{3}{2}\mu_{n+1} + 3 \end{cases}$

1- برهن أن μ_n متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها r.

2- أكتب عبارة الحد μ_n العام بدلالة x.

3- أحسب نهاية μ_n لما $n \to +\infty$، ماذا تستنتج؟

4- (V_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $\forall n \in N : V_n = \mu_n + 6n^2 - 2$

أ) أدرس تغيرات المتتالية (V_n).

ب) برهن أنه $\forall n \in N : 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n}{6}\left(2n^2 + 3n + 1\right)$

ج) نضع : $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ أحسب $4S_n$.

$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}n+2$	متباعدة	متزايدة	$8n^3 + 15n^2 + 7n$

التمرين الرابع عشر

لتكن (V_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول : $V_1 = 6$ و بالعلاقة التراجعية : $\forall n \in N^* : V_{n+1} = V_n + 4\left(\sqrt{V_n + 3} + 1\right)$

1- أثبت أنه : $\forall n \in N^* : V_n < 0$

2- نضع من أجل كل عدد طبيعي: $n \geq 1 : \mu_n = \sqrt{V_n + 3}$

أ) أنشر $\left(2 + \sqrt{V_n + 3}\right)^2$.

ب) برهن أن (μ_n) متتالية حسابية ، أحسب أساسها r و حدها الأول μ_1 .

ج) أكتب بدلالة n الحدين(μ_n) و (V_n).

د) أحسب المجموع : $S_n = \mu_1 + \mu_2 + ... + \mu_{2n}$

ه) برهن بالتراجع أنه : $\forall n \in N^* : \frac{1}{\mu_1 \times \mu_2} + \frac{1}{\mu_2 \times \mu_3} + ... + \frac{1}{\mu_n \times \mu_{n+1}} = \frac{n}{\mu_1 \times \mu_{n+1}}$

3- $(L_n)_{n \in N^*}$ متتالية حسابية ، ليكن S_n مجموع n حد الأولى من هذه المتتالية حيث: $S_n = n^2 + 6n$

أ) اكتب عبارة (L_n) بدلالة n.

ب) لتكن متتالية عددية $\forall n \in N^* : K_n = \frac{L_n - 1}{\mu_n - 2}$، أدرس تغيرات المتتالية K_n

2	3	$2n+1$	$4n^2+4n-2$	$4n^2+4n$	$2n+5$

المتتاليات الهندسية

التمرين الأول

عين ثلاثة حدود متتابعة (μ_3,μ_2,μ_1) من متتالية هندسية حدودها موجبة و المعرفة بـــ : $\begin{cases}\mu_1\times\mu_2\times\mu_3=1\\ \mu_1+\mu_2-6\mu_3=0\end{cases}$

$\left(\frac{1}{2},1,2\right)$

التمرين الثاني

عين ثلاثة حدود متتابعة (μ_3,μ_2,μ_1) من متتالية هندسية حدودها المعرفة بـــ : $\begin{cases}\mu_1+\mu_2+\mu_3=\frac{13}{3}\\ \mu^2{}_2-=\frac{1}{3}\mu_3\end{cases}$

$\left(3,1,\frac{1}{3}\right)$	$\left(\frac{16}{3},-\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)$

التمرين الثالث

لتكن $(\mu_5,\mu_4\mu_3,\mu_2,\mu_1)$ حدود متتابعة من متتالية هندسية :

- أثبت أن $\mu_1\times\mu_5=\mu_3^2$.
- أحسب هذه الحدود بحيث: $\begin{cases}\mu_1\times\mu_5=16\\ \mu_2+\mu_3+\mu_4=6\end{cases}$

$(-1,2,-4,8,-16)$	$(-16,8,-4,2,-1)$

التمرين الرابع

1- بين انه إذا كانت a,b,cثلاث أعداد حقيقية حدود متعاقبة بهذا الترتيب لمتتالية هندسية فإن :

$$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)(a-b+c)$$

2- أوجد ثلاث حدود متعاقبة لمتتالية هندسية علما أم مجموعها هو 78 و مجموع مربعاتها 3276.

$(54,18,6)$	$(6,18,54)$

التمرين الخامس

عين 05 حدود متتابعة من متتالية هندسية متناقصة تماما $(\mu_5,\mu_4,\mu_3,\mu_2,\mu_1)$بحيث : $\begin{cases}\mu_1+\mu_2+\mu_3=140\\ \mu_3+\mu_4+\mu_5=35\end{cases}$

$$\boxed{(5,10,20,40,80)}$$

التمرين السادس

لـــتكن (μ_n)متتاليـــة هندســـية معرفـــة بحـــدها الأول $\mu_0=8$و بجـــداء حـــدودها الخمســـة الأولـــى $\mu_0\times\mu_1\times\mu_2\times\mu_3\times\mu_4=\frac{1}{32}$

1- عين أساس هذه المتتالية إذا علمت أن : $\mu_1<0$

2- أكتب عبارة الحد العام(μ_n) بدلالة n.

3- أحسب العدد : $\alpha=2(\mu_4)^{-2}+6(\mu_3)^{-1}+5$

4- أحسب المجموع : $S_n=\mu_0+\mu_1+..................+\mu_n$

ثم أحسب نهاية S_n لما $n\mapsto+\infty$

$\frac{32}{5}$	$\frac{32}{5}\left[1-\left(-\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$	2005	$8\left(-\frac{1}{4}\right)^{n}$	$\left(-\frac{1}{4}\right)$

التمرين السابع

$(\mu_n)_{n\in N^*}$متتالية هندسية معرفة بحديها : $\mu_6=\frac{81}{8}$ $\mu_3=3$

1- عين أساس هذه المتتالية وحدها الأول.

2- أكتب عبارة (μ_n)بدلالة nثم بين أنها متباعدة.

3- أدرس تغيرات المتتالية (μ_n).

4- أحسب المجموع : $S_n=\mu_1+\mu_2+..................+\mu_n$

5- عين العدد الطبيعي nبحيث يكون : $6S_n=65$

4	$\frac{8}{3}\left[\left(\frac{3}{2}\right)^n-1\right]$	متزايدة	$\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$

التمرين الثامن

يعتبر المتتالية الهندسية $(\mu_n)_{n\in N^*}$ حدودها موجبة تماما تحقق: $\begin{cases}\mu_1\times\mu_5=729\\ \mu_2-\mu_4=72\end{cases}$

1- أحسب أساسها و حدها الأول (يمكن حساب μ_3 أولا).

2- أكتب عبارة حدها العام بدلالة n ثم استنتج تغيراتها.

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n لــ n حد الأولى من هذه المتتالية ثم أحسب نهاية S_n لما $n\mapsto+\infty$

$\frac{729}{2}$	$\frac{729}{2}\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n-1\right]$	متناقصة	$243\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$	243	$\frac{1}{3}$	27

التمرين التاسع

نعتبر متتالية هندسية غير محدودة و متناقصة تماما معرفة بحدها الأول μ_1 بحيث: $\mu_3=4$ و $\mu_1+\mu_5=17$

1- بين أن $\mu_1>0$ ثم عين أساس هذه المتتالية.

2- أكتب عبارة حدها العام (μ_n) بدلالة n ثم أدرس تقاربها.

3- أحسب المجموع: $S_n=\mu_1+\mu_2+............+\mu_{n+5}$ بدلالة n، ثم أحسب نهاية S_n لما $n\mapsto+\infty$.

4- عين أكبر عدد طبيعي μ_0 بحيث يكون : $S_n\le\frac{255}{8}$

3	32	$2^{-n}-32$	2^{-n+5}	16	$\frac{1}{2}$

التمرين العاشر

لتكن (μ_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول μ_0 و $\forall n\ge1:\mu_{n+1}-\mu_n=3\mu_n$

1- أحسب بدلالة n و μ_0.

2- أدرس تغيرات μ_n تبعا لقيم μ_n.

3- علما أن : $\mu_3\times\mu_4=256$ أحسب μ_0.

4- أحسب $\frac{1}{\mu_n}+..............................+\frac{1}{\mu_{\partial 1}}+\frac{1}{\mu_0}$ لما $\mu_0=-\frac{1}{8}$

$\frac{32}{3}\left[\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}-1\right]$	$\pm\frac{1}{8}$	$4^n\times\mu_0$

التمرين الحادي عشر

لتكن (μ_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $\begin{cases}\mu_1 = 5\\ \mu_{n+1} = \dfrac{\mu_n + 6}{2}(\forall n \geq 1)\end{cases}$

و لتكن (V_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $\forall n \geq 1 : V_n = \mu_n - 6$

1- برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب حساب أساسها.

المتتاليـــات العدديـــة

التمرين الأول

(μ_n) متتالية عددية معرفة بالشكل :

$\begin{cases}\mu_1 = 2; \mu_0 = 1\\ \mu_{n+2} = \dfrac{3}{2}\mu_{n+1} - \dfrac{1}{2}\mu_n\end{cases}$ من اجل كل عدد طبيعي n.

و لتكن المتتالية (V_n) المعرفة بالشكل: $V_n = \mu_{n+1} - \mu_n$

1- برهن أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وجهة تغيراتها .أحسب V_n بدلالة n .

2- إستنتج الحد العام μ_n بدلالة n.

أوجد نهاية μ_n عندما : $n \mapsto +\infty$

التمرين الثاني

(μ_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بالشكل :

$\begin{cases}\mu_1 = 1\\ 3\mu_{n+1} = \mu_n + 9\end{cases}$ من اجل كل n عدد طبيعي غير معدوم.

1) أحسب μ_4, μ_3, μ_2 .

2) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بالشكل : $V_n = \mu_n - \dfrac{9}{2}$

- برهن أن المتتالية (V_n) هندسية، عين V_n ثم μ_n بدلالة n.
- إستنتج أن (μ_n) متقاربة ، أوجد نهاية μ_n عندما $n \mapsto +\infty$.

- a عدد حقيقي و المتتالية (w_n) معرفة على N^* كما يلي : $w_n = \mu_n - a$

- عين قيمة a لكي تكون (w_n) متتالية هندسية.

التمرين الثالث

$(\mu_n)_{n\in N}$ متتالية عددية معرفة بالشكل : $\begin{cases} \mu_0 = -1 \\ \mu_{n+1} = \dfrac{2\mu_n + 3}{\mu_n + 2} \end{cases}$

1- أحسب μ_1, μ_2.

- نعتبر المتتالية العددية $(V_n)_{n\in N}$ حيث : $V_n = \dfrac{\mu_n - \sqrt{3}}{\mu_n + \sqrt{3}}$

2- أثبت أن : $(V_n)_{n\in N}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول ، إستنتج V_n بدلالة n.

3- عبر عن μ_n بدلالة n، أوجد نهاية μ_n.

التمرين الرابع

(μ_n) متتالية عددية معرفة بالشكل :

$\begin{cases} \mu_0 = 24 \\ \mu_n = \dfrac{1}{5}\mu_{n-1} + 16 \end{cases}$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n.

و من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $V_n = \mu_n - 20$

1- برهن أن: (V_n) متتالية هندسية، أكتب V_n بدلالة n .

أكتب μ_n بدلالة n

2- أحسب $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ بدلالة n .

3- هل يقبل S_n نهاية عندما $n \mapsto +\infty$ ؟

التمرين الخامس

(μ_n) متتالية عددية معرفة بالشكل :

$\begin{cases} \mu_1 = 4 \\ \mu_{n+1} = \mu_n + 2 \end{cases}$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n.

و لتكن (V_n) متتالية عددية معرفة بالشكل : $V_n = \mu_n - 1$

1- برهن أن : (V_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وجهة تغيراتها.

2- أحسب: V_n بدلالة n . ثم استنتج نهايتي : V_n و μ_n.

3- أحسب $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ ثم نهاية S_n

أحسب $S'_n = \mu_1 + \mu_2 ...... + \mu_n$ ثم نهاية S'_n

التمرين السادس

(μ_n)متتالية عددية معرفة بالشكل : $\mu_0 = +2$ ، $\mu_n = 2a\mu_{n-1} + 3$ مع $0 < a < \frac{1}{2}$ حيث n من $\mathbb{N}^*$.

- و لتكن المتتالية (V_n) المعرفة بالشكل : $V_n = \mu_n + \frac{3}{2a-1}$
- أثبت أن (V_n) متتالية هندسية ، أحسب حدها الأول μ_0 و أساسها ، عبر عن V_n بدلالة n,a ثم أكتب μ_n بدلالة n,a ، عين a علما أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \mu_n = +4$
- نعتبر قيمة a المحصل عليها سابقا.

$S_n = \mu_0 + \mu_1 + ... + \mu_n$ بدلالة n.

التمرين السابع

نعرف متتالية عددية (μ_n)بحدها الأول $\mu_0 = 0$.

و من أجل كل عدد طبيعي n: $\mu_{n+1} = \frac{2\mu_n + 3}{\mu_n + 4}$

1) أ- أحسب μ_1, μ_2 .

ب-بين أن (μ_n) متزايدة.

2) نعتبر المتتالية (V_n)حيث : $V_n = \frac{\mu_n - 1}{\mu_n + 3}$ ، n من N .

أ- بين أن المتتالية (V_n)هندسية متقاربة.

ب-احسب V_nثم μ_nبدلالة n.

ج- استنتج أن (μ_n)متقاربة ، ما هي نهايتها؟

التمرين الثامن

(μ_n)متتالية عددية حدها الأول μ_0 معرفة بالشكل :

من أجل كل nمن N . : $\mu_{n+1} = \frac{1}{3}\mu_n + 2$

1) أدرس الحالة التي يكون فيها : $\mu_0 = 3$ (نحسب μ_1, μ_n من أجل $n > 1$).

2) نفرض : $\mu_0 \neq 3$ من أجل كل عدد حقيقي a نعرف المتتالية (V_n)بالشكل : $V_n = \mu_n + a$ عين قيمة aلكي تكون (V_n) متتالية هندسية أكتب V_n بدلالة μ_0و n.

استنتج أن (μ_n) متقاربة-أحسب نهايتها.

3) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = \mu_0 + \mu_1 + ...+ \mu_n$

أحسب نهاية : $\frac{S_n}{n}$عندما : $n \mapsto +\infty$.

التمرين التاسع

aعدد حقيقي معطى، و المتتالية العددية (μ_n) معرفة بحديها الأوليين : $\mu_1 = 1, \mu_0 = 0$ و المعرفة من كـــل عـــدد طبيعي غير معدوم nبالشكل : $\iota_{n+1} = a\mu_n + (1-a)\mu_{n-1}$

و المتتالية (V_n) معرفة بالشكل : $n \geq 0, V_n = \mu_{n+1} - \mu_n$

1) برهن أن (V_n) متتالية هندسية.

2) استنتج μ_n بدلالة aو n.

كيف يمكن إختيار a لكي تكون المتتالية (μ_n)متقاربة؟ ما هي نهايتها؟

التمرين العاشر

(μ_n) و (V_n) متتاليتان معرفتان بالشكل :

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n.

$$\begin{cases}\mu_1 = 1 \\ V_1 = 12\end{cases} \text{ و } \begin{cases}\mu_{n+1} = \dfrac{\mu_n + 2V_n}{3} \\ V_{n+1} = \dfrac{\mu_n + 3V_n}{4}\end{cases}$$

1) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $w_n = v_n - \mu_n$ برهن أن (w_n) هندسية.

2) أكتب w_n بدلالة n، استنتج نهاية w_n عندما $n \mapsto +\infty$.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $t_n = 3\mu_n + 8v_n$ برهن أن المتتالية (t_n) ثابتة.

استنتج نهايتي : (μ_n) و (V_n)

التمرين الحادي عشر

(μ_n) متتالية معرفة بالشكل : $\mu_1 = 1, \mu_0 = 0$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $\mu_{n+1} = 7\mu_n + 8\mu_{n-1}$

1) بين أن المتتالية (V_n) المعرفة بالشكل : $V_n = \mu_{n+1} + \mu_n$ هي متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها، أكتب V_n بدلالة n.

2) نضع $w_n = (-1)^n \mu_n$ و لتكن المتتالية (t_n) المعرفة بالشكل : $t_n = w_{n+1} - w_n$

- أكتب w_n بدلالة (V_n).

3) أكتب w_n ثم μ_n بدلالة n (يمكن حساب المجموع : $t_0 + t_1 + \dots\dots t_{n-1}$ بطريقتين). عين نهاية $\frac{\mu_n}{8^n}$ عندما $n \mapsto +\infty$.

التمرين الثاني عشر

حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلة :

$$1 + \frac{x}{x-1} + \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 + \dots\dots + \left(\frac{x}{x-1}\right)^7 = 0$$

التمرين الثالث عشر

(μ_n)متتالية حسابية متزايدة حيث :
$$\begin{cases}\mu_1+\mu_2+\mu_3=9\\ \mu_1^2+\mu_2^2+\mu_3^2=35\end{cases}$$

1) أحسب الحد الأول μ_0 و الأساس وحدها العام بدلالة n.

2) لتكن المتتالية (V_n) معرفة بالشكل : $v_n=2^{\mu_n}$

أ) بين أن (V_n)متتالية هندسية.

ب) أحسب الجداء $P=v_0\times v_1\times v_2\times.........\times v_n$

التمرين الرابع عشر

أيهما اكبر :

$$A=2009(1+2+3+........2010)$$
$$B=2010(1+2+3+........2009)$$

التمرين الخامس عشر

أوجد الأعداد الحقيقية : $\mu_4,\mu_3,\mu_2,\mu_1,\mu_0$ الموجبة تماما لمتتالية هندسية بحيث :

$$\begin{cases}\mu_0+\mu_4=\dfrac{164}{3}\\ \mu_1+\mu_3=20\end{cases}$$

مسألة : 3

I- f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$ بالعبارة : $f(x)=\frac{3x-2}{2x-1}$ و C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°\ ادرس تغيرات f . استنتج أن لما $x\geq 1$ فان $f(x)$ ينتمي إلى مجال يطلب تعيينه.

2°\ تحقق أن C_f يقبل مستقيمين مقاربين . نسمي Ω نقطة تقاطعهما . اكتب معادلة C_f في المعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$. ماذا تستنتج ؟

3°\ بين أن C_f يقبل مماسين Δ' و Δ'' معامل توجيههما يساوي 1 . اكتب معادلتهما .

ارسم Δ' ، Δ'' و C_f في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. $(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm)$.

4°\ ادرس بيانيا و حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

II- $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية معرفة بـ : $u_0=a$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ (a عدد حقيقي و $a\geq 1$)

1°\ بين أن كل حدود المتتالية أكبر أو تساوي 1 . (استعمل السؤال I- 1°\ ). استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

2°\ بين أن توجد قيمة للعدد a حيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

3°\ نضع في هذا السؤال $a=3$. مثل بيانيا على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 .

نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ حيث : $v_n=\frac{1}{u_n-1}$. برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها، حدها الأول و حدها العام . استنتج الحد العام للمتتالية (u_n) .

التمرين 4

I) (u_n) متتالية عددية حيث : $u_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$4u_{n+1}-3u_n+6=u_{n+1}$$

① أثبت أن (u_n) حسابية يطلب تعيين أساسها.

② أكتب، بدلالة n ، عبارة الحد العام u_n

③ . أحسب ، بدلالة n ، المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+\dots+u_n$

. إستنتج الجداء : $(5)^{u_0}\times(5)^{u_1}\times(5)^{u_2}\times\dots\times(5)^{u_{79}}$

(II) (v_n) متتالية عددية حيث : $v_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$v_{n+1}+2n=2\left(v_n+\frac{5}{2}\right)$$

(α_n) متتالية عددية حيث : من أجل عدد طبيعي n : $\alpha_n=v_n-2n+3$

① . أثبت أن (α_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

. هل (α_n) متقاربة ؟

التمرين الأول: أ) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 7$ و بالعلاقة: $u_{n+1} = \frac{2u_n + 6}{5}$

1) لتكن الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{2x+6}{5}$.

-أرسم (Δ) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$.

- أرسم المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$.

ضع على محور التراتيب u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 .

2) أحسب العدد α فاصلة نقطة تقاطع (Δ) و (D).

نضع $v_n = u_n - \alpha$. أثبت أن (v_n) متتالية هندسية .

ب) نفرض $\alpha = 2$. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_n - 2$.

1) تحقق أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2) أحسب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

3) أحسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_n$

4) استنتج المجموع S'_n بدلالة n : $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين الثاني: في سنة 2000 كان عدد سكان قرية 526 نسمة , ولأسباب معينة بدأ يتقلص بنسبة 2% في كل سنة

نضع : $u_0 = 526$ ، u_1 عدد السكان لسنة 2001 و u_n عدد السكان هذه القرية بعد n سنة.

1) أحسب u_1 و u_2 .

2) عبر عن u_{n+1} بدلالة u_n من أجل n عدد طبيعي . استنتج عبارة u_n بدلالة n .

3) ما هو عدد سكان هذه القرية في سنة 2009؟

4) ما هي السنة التي يصبح فيها عدد السكان أقل من النصف ؟

5) أحسب u_{310} , u_{311} أعط تفسيرا للنتيجتين .

ابتداء من أي سنة تصبح القرية فارغة من السكان ؟

تعطى النتائج مقربة إلى عدد طبيعي.