

## علوم تجريبية + رياضيات

## سلسلة تمارين

1- المتتاليات العددية :

التمرين 01:  $(U_n)$  متتالية عددية معرفة كما يلي:

$$\begin{cases} U_0 = a \quad \backslash a \in \mathbb{R} \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n + 6} \quad \backslash n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

①- بفرض أن  $a = 1$ .(أ)- أثبت أن مهما كان العدد الطبيعي  $n$  فإن  $U_n$  محصور بين 0 و 3.(ب)- أثبت أن المتتالية  $(U_n)$  متزايدة.②- بفرض أن  $a = 5$ .(أ)- أثبت أن مهما كان العدد الطبيعي  $n$  فإن الحد  $U_n$  أكبر تماما من 3.(ب)- أثبت أن المتتالية  $(U_n)$  متناقصة.نعتبر المتتالية  $(U_n)$  ذات الحدود الموجبة بحيث:

$$U_{n+1} = \sqrt{U_n + 12} \quad : N \text{ من } n \text{ من أجل كل } n_0 = 5$$

(1)- بين أن من أجل كل  $n$  من  $N$  :  $U_n \geq 4$ (2)- نريد في هذا السؤال دراسة تقارب  $(U_n)$  بطريقتين:(أ)- بين أن  $(U_n)$  متناقصة.- إستنتج مما سبق أن  $(U_n)$  متقاربة وعين نهايتها.(ب)- بين أن من أجل كل  $n$  من  $N$  :  $U_{n+1} - 4 \leq \frac{1}{4}(U_n - 4)$ - بين أن من أجل كل  $n$  من  $N$  :  $0 \leq U_n - 4 \leq \frac{1}{4^n}$ - إستنتج أن  $(U_n)$  متقاربة وعين نهايتها.

2- متتاليات حسابية :

$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = 4 \left( -\frac{1}{U_n} + 1 \right) \end{cases} \quad (U_n) \text{ متتالية عددية معرفة كما يلي:}$$

(1)- أثبت أن من أجل كل  $n$  من  $N$  :  $U_n > 2$ (2)- أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$ ، إستنتج أن المتتالية  $(U_n)$  متقاربة، عين نهايتها.(3)- من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، نضع  $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$ (أ)- أثبت أن المتتالية  $(V_n)$  حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.(ب)- عبر عن  $U_n$  بدلالة  $n$  ثم عين نهاية  $U_n$  عندما يؤول  $n$  إلى  $+\infty$ . ماذا تلاحظ ؟(ج)- هل  $(V_n)$  متقاربة ؟(4)- عين عشر حدود متعاقبة من المتتالية  $(V_n)$  بحيث يكون مجموع هذه الحدود يسوي  $\frac{105}{2}$ .

## 3- متتاليات هندسية :

 $(U_n)$  متتالية عددية معرفة بحددها الأول  $U_0$  الموجب تماما وبالعلاقة:

$$U_{n+1} = \frac{5U_n + 2}{U_n + 4} \quad : N \text{ من } n \text{ من أجل كل}$$

(1)- برهن أن من أجل كل  $n$  من  $N$  :  $U_n > 0$ (2)- عين  $U_0$  حتى تكون المتتالية  $(U_n)$  ثابتة.(3)- نفرض أن  $U_0 = 3$  ونضع  $V_n = \frac{U_n + 2}{U_n + a}$  حيث  $a \in \mathbb{R}_+^*$ (أ)- عين قيمة  $a$  حتى تكون المتتالية  $(V_n)$  هندسية، حدد أساسها وحدها الأول.(ب)- بين أن من أجل كل  $n$  من  $N$  :  $V_n \neq 1$ (ج)- عبر عن  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم إستنتج  $U_n$  بدلالة  $n$ .(د)- أحسب المجموع:  $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$  بدلالة  $n$ .(هـ)- أحسب الجداء:  $p_n = V_n \times V_{n+1} \times \dots \times V_{2n}$  بدلالة  $n$ .