بكالوريا 2015

مواضيع اختبارات الرياضيات لكلّ الشعب

مع

سلاليم التنقيط الرسمية

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2015

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A(1;5;4)$ ، $B(10;4;3)$ ، $C(4;3;5)$ و $D(0;4;5)$.

1) أ) بيّن أنّ النقط A ، B و C ليست في استقامية.

ب) بيّن أنّ النقط A ، B ، C و D من نفس المستوي.

جـ) استنتج أنّ النقطة D هي مرجّح النقط A ، B و C المرفقة بمعاملات يُطلب تعيينها.

د) عيّن إحداثيات النقطة E نظيرة النقطة A بالنسبة إلى النقطة D.

هـ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ المحوري للقطعة $[AE]$.

2) عيّن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MD}-3\overrightarrow{MA}\right\|$.

3) أ) تحقق أن النقطة $F(1;8;10)$ تنتمي إلى المستوي $(\mathcal{P})$.

ب) المستقيم (FD) يقطع (Γ) في النقطتين G و H.

حدّد طبيعة الرباعي $AGEH$ ، ثمّ احسب مساحته.

4) (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة D ويعامد المستوي (AEH).

أ) بيّن أنّ الشعاع $\overrightarrow{AC}$ ناظمي للمستوي (AEH).

ب) تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي t ، النقطة $N(3t;4-2t;5+t)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ).

جـ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي t ، حجم المجسم $NAGEH$ هو $v(t)$ حيث $v(t)=2|t|\sqrt{14}\ uv$.

(uv وحدة الحجوم).

د) عيّن إحداثيات كل من النقطتين N_1 و N_2 من (Δ) اللّتين يكون من أجليهما $v(t)=2\sqrt{3}\ uv$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

ينسب المستوي إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C ، H و I لاحقاتها على الترتيب: $z_A=i$ ، $z_B=-2+i$ ، $z_C=-3$ ، $z_H=-3+4i$ و $z_I=-1-i$.

1) أ) مثّل النقط A ، B ، C ، H و I في المعلم $(O;\vec{u},\vec{v})$.

ب) عيّن النسبة وزاوية للتشابه المباشر الذي مركزه B ويحوّل النقطة A إلى النقطة C.

2) عيّن z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.

3) أ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركّب $\dfrac{z_B-z_C}{z_H-z_A}$.

ب) استنتج أن المستقيمين (AH) و (BC) متعامدان.

جـ) بيّن أنّ H هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC.

4) بيّن أنّ النقط G ، H و I في استقامية.

5) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $z+1+i=\sqrt{5}e^{i\theta}$ مع $\theta\in\mathbb{R}$.

أ) بيّن أنّ النقطة A تنتمي إلى المجموعة (Γ).

ب) عيّن طبيعة المجموعة (Γ) مع تحديد عناصرها المميّزة.

جـ) أنشئ المجموعة (Γ).

د) تحقّق أنّ النقطتين B و C تنتميان إلى المجموعة (Γ).

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) أ) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $\left[1962^{1954}-1954^{1962}+2015^{53}\right]$ على 7.

2) أ) بيّن أنّ 89 عدد أوّلي.

ب) عيّن كل القواسم الطبيعية للعدد 7832.

جـ) بيّن أنّ العددين 981 و 977 أوّليان فيما بينهما.

3) x و y عددان طبيعيان غير معدومين قاسماهما المشترك الأكبر هو 2.

عيّن x و y علماً أنّ: $\begin{cases}x^2-y^2=31328\\ x-y\equiv 8[22]\end{cases}$.

4) a ، b و c أعداد طبيعية غير معدومة حيث a أوّلي مع b و a أوّلي مع c.

أ) باستعمال مبرهنة بيزو ، برهن أنّ a أوّلي مع $b\times c$.

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $PGCD(a;b^n)=1$.

(يُرمز $PGCD$ إلى القاسم المشترك الأكبر.)

جـ) استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 1962^{1954} و 1954^{1962}.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرّفة بـِ : $f(0)=1$ ، ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f(x)=1-x^2\ln x$.

$(\mathcal{C}_f)$ منحنى الدالة f الممثل في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين.

ب) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \dfrac{f(x)-1}{x}$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

2) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$.

ب) تحقّق أنّ $1,531<\alpha<1,532$

4) نعتبر الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $g(x)=f(|x|)$.

$(\mathcal{C}_g)$ المنحنى الممثل للدالة g في نفس المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) ادرس شفعية الدالة g .

ب) أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_g)$ على المجال $[-2;2]$.

5) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، عيّن الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto x^2\ln x$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ ، والتي تنعدم من أجل القيمة 1.

6) t عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;\alpha[$. نضع $F(t)=\int_t^{\alpha} f(x)dx$.

أ) اكتب العبارة $F(t)$ بدلالة t و α .

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $]0;\alpha[$ ، $F(t)=\dfrac{-3t\,f(t)-t^3-6t+\alpha^3+6\alpha}{9}$.

ج) احسب $\lim\limits_{t \xrightarrow{>} 0} F(t)$.

7) m عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;\alpha[$.

$\mathbb{S}(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ O ونصف القطر m .

نفرض أنّ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_g)$ ، حامل محور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتيهما على الترتيب: $x=-\alpha$ و $x=\alpha$ ، هي: $\mathcal{A}$ حيث: $\mathcal{A}=\dfrac{2}{9}\left(\alpha^3+6\alpha\right)ua$

(ua وحدة المساحات).

أ) عيّن القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $\mathbb{S}(m)=2\mathcal{A}$.

ب) علماً أنّ $3,140<\pi<3,142$ أعط حصرًا للعدد m .

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة ، في كل حالة من الحالات الأربع الآتية ، مع التعليل.

1) الحد العام للمتتالية العددية (u_n) المعرّفة بـ: $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+3$ هو:

أ) $u_n=-3\left(\frac{1}{2}\right)^n+6$ ؛ ب) $u_n=3\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ؛ جـ) $u_n=3\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}+\frac{3}{2}$.

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. مجموعة النقط M من المستوي، ذات اللاحقة z، حيث $|iz-1-i|=3$ هي: أ) دائرة نصف قطرها 3 ولاحقة مركزها $1+i$.

ب) دائرة نصف قطرها 3 ولاحقة مركزها $1-i$.

جـ) دائرة نصف قطرها 3 ولاحقة مركزها $-1+i$.

3) a ، b ، c و d أعداد طبيعية غير معدومة وأصغر من أو تساوي 9.

$\overline{abcd}$ عدد طبيعي مكتوب في النظام العشري.

من أجل كل الأعداد a ، b ، c و d : يكون العدد $\overline{abcd}$ يقبل القسمة على 11 إذا وفقط إذا كان:

أ) العدد $(a-b+c-d)$ يقبل القسمة على 11.

ب) العدد $(a+b+c+d)$ يقبل القسمة على 11.

جـ) العدد $\overline{cd}$ المكتوب في النظام العشري، يقبل القسمة على 11.

4) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. مجموعة النقط M من الفضاء ذات الإحداثيات $(x;y;z)$ حيث

$$\begin{cases} x=1+\frac{2}{3}t-k \\ y=2-t+\frac{3}{2}k \\ z=-3+4t-6k \end{cases} ;(t\in\mathbb{R});(k\in\mathbb{R})$$

هي: أ) المجموعة $\{A\}$ حيث $A(1;2;-3)$.

ب) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1;2;-3)$ و $\vec{u}\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{2};-2\right)$ شعاع توجيه له.

جـ) المستوي الذي يشمل النقطة $A(1;2;-3)$ و $\vec{n}(3;-2;-1)$ شعاع ناظمي له.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$z^2-2\left(1-\sqrt{3}\right)z+8=0$$ (لاحظ أنّ: $\left(1+\sqrt{3}\right)^2=4+2\sqrt{3}$)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

A و B نقطتان من المستوي ، لاحقتاهما على الترتيب: $z_A=\left(1-\sqrt{3}\right)+i\left(1+\sqrt{3}\right)$ و $z_B=\overline{z_A}$.

2) أ) بيّن أنّ: $\frac{z_B}{z_A}=e^{-\frac{7\pi}{6}i}$.

ب) استنتج عمدة للعدد المركّب z_A.

جـ) استنتج القيمة المضبوطة لكل من العددين $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$.

3) أ) حل ، في مجموعة الأعداد الصحيحة ، المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $7x-2y=1$.

ب) بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من الأعداد الصحيحة ، حلا للمعادلة $7x-24y=12$ فإن x يكون مضاعفا للعدد 12.

جـ) استنتج كل الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الصحيحة ، حلولا للمعادلة $7x-24y=12$.

د) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا تماماً.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(2;0;0)$ و $B(-1;-5;-1)$.

(Δ_1) المستقيم الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(-1;2;-1)$ شعاع توجيه له.

(Δ_2) المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي: $\begin{cases} x=-3-3t \\ y=2+2t \\ z=7+3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

(d) المستقيم الذي يشمل النقطة B و $\vec{v}(2;5;3)$ شعاع توجيه له.

1) بيّن أنّ المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) يتقاطعان في النقطة C يُطلب تعيين إحداثياتها.

2) بيّن أنّ المستقيمين (Δ_1) و (d) ليسا من نفس المستوي.

3) أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي $(\mathcal{P})$ الذي يشمل المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2).

ب) استنتج أنّ $4x+3y+2z-8=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$.

جـ) تحقّق من أنّ النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي $(\mathcal{P})$.

4) أ) بيّن أنّه توجد نقطة وحيدة I من المستقيم (d) وتوجد نقطة وحيدة D من المستقيم (Δ_2) حيث تكون النقط A ، I و D في استقامية؛ يُطلب تعيين إحداثيات النقطتين I و D.

ب) بيّن أنّ النقطة I هي منتصف القطعة $[AD]$.

5) النقطة K مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1),(I;2)\}$ والنقطة G المسقط العمودي للنقطة K على المستوي $(\mathcal{P})$.

أ) بيّن أنّ النقطة G هي مرجح النقط A ، C و D المرفقة بمعاملات يُطلب تعيينها.

ب) استنتج إحداثيات النقطة G.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرّفة بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$.

$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار.

2) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{f(x)}{x}$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4) أ) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=0$.

ب) استنتج أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$، يُطلب تعيين معادلة له.

5) g الدالة المعرّفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ : $g(x)=\frac{f(x)}{x}$.

أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

6) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)>x$.

ب) استنتج وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

جـ) أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

7) (u_n) المتتالية المعرّفة بـ : $u_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<0$.

ب) حدّد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

جـ) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متقاربة ، ثمّ عيّن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

8) m عدد حقيقي. h_m الدالة ذات المتغيّر الحقيقي x المعرّفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ :

$$h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$$

أ) احسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m.

ب) باستعمال المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x)=0$.

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (04 نقاط)		
1. أ - النقط A ، B و C ليست في استقامية لأن $\overrightarrow{AB}(9;-1;-1)\not\parallel\overrightarrow{AC}(3;-2;1)$	0,25	04 نقاط
ب - النقط A ، B ، C و D من نفس المستوي لأن $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.	0,5	
جـ - من ب - أو $2\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+2\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ ينتج D مرجّح $\{(A;2),(B;-1),(C;2)\}$	0,25	
د - D منتصف $[AE]$ ومنه $E(-1;3;6)$.	0,25	
هـ - $\overrightarrow{n_{(\mathcal{P})}}=\overrightarrow{AD}$ و $D\in(\mathcal{P})$ أو $MA=ME$ ومنه: $x+y-z+1=0$.	0,25	
2. (Γ) هي سطح الكرة ذات المركز D ونصف القطر AD حيث $AD=ED=\sqrt{3}$.	0,5	
3 أ - $F\in(\mathcal{P})$.	0,25	
ب - $[AE]$ و $[GH]$ متعامدتان، متقايستان ومتناصفتان في D ومنه $AGEH$ مربع.	0,25	
$s(AGEH)=2AD^2=6ua$.	0,25	
4. أ - (AEH) معيّن بالشعاعين $\overrightarrow{AE}$ و $\overrightarrow{DF}$ ؛ $\overrightarrow{AE}\perp\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{DF}\perp\overrightarrow{AC}$.	0,5	
ب - $\overrightarrow{DN}=t.\overrightarrow{AC}$ إذن $\overrightarrow{DN}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطيا وبالتالي $N\in(\Delta)$.	0,25	
جـ - $v(t)=\frac{1}{3}DN\times s(AGEH)=2\sqrt{14t^2}=2\|t\|\sqrt{14}\ uv$	0,25	
د - $N_1\left(3\sqrt{\frac{3}{14}};4-2\sqrt{\frac{3}{14}};5+\sqrt{\frac{3}{14}}\right)$ ، $N_2\left(-3\sqrt{\frac{3}{14}};4+2\sqrt{\frac{3}{14}};5-\sqrt{\frac{3}{14}}\right)$.	0,25	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		
1. أ - تمثيل النقط A ، B ، C ، H و I في المعلم $(O;\vec{u},\vec{v})$.	0,5	03 نقاط
ب - $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{4}}$ إذاً نسبة التشابه المباشر هي $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{5\pi}{4}$ زاوية له.	0,5	
2. $z_G=-\frac{5}{3}+\frac{2}{3}i$.	0,25	
3. أ - $\frac{z_B-z_C}{z_H-z_A}=-\frac{1}{3}i$.	0,5	
ب - $\frac{z_B-z_C}{z_H-z_A}$ هو عدد تخيلي صرف إذاً المستقيمان (AH) و (BC) متعامدان.	0,5	
جـ - $\frac{z_A-z_C}{z_H-z_B}=-i$ وهو تخيلي صرف ومنه $(BH)\perp(AC)$ ؛ بما أنّ ارتفاعات مثلث تتلاقى في نقطة واحدة فإنّ H هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC.	0,75	

تابع للموضوع الأول — عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
4. $\dfrac{z_H - z_I}{z_H - z_G} = \dfrac{3}{2}$ وهو حقيقي ومنه $(GH)//(IH)$ إذن النقط G، H و I في استقامية.	0,5	02 نقاط
5. أ - $z_A + 1 + i = 1 + 2i$، إذاً $\lvert z_A + 1 + i \rvert = \sqrt{5}$ أي $A \in (\Gamma)$.	0,5	
ب - $z = z_I + \sqrt{5}e^{i\theta}$ مع $\theta \in \mathbb{R}$ إذن (Γ) هي دائرة مركزها I ونصف قطرها $\sqrt{5}$.	0,25	
جـ - إنشاء الدائرة (Γ) من المركز I وتمر بالنقطة A.	0,25	
د - $\lvert z_B - z_I \rvert = \sqrt{5}$ ، $\lvert z_C - z_I \rvert = \sqrt{5}$ إذن $IB = IC = \sqrt{5}$ أي $B \in (\Gamma)$ و $C \in (\Gamma)$.	0,5	
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
1. أ - من أجل كل عدد طبيعي k، $2^{3k} \equiv 1[7]$ ومنه $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ و $2^{3k+2} \equiv 4[7]$.	0,5	04 نقاط
ب - $1962^{1954} - 1954^{1962} + 2015^{53} \equiv 0[7]$	0,5	
2. أ - 89 عدد أوّلي لأنه لا يقبل القسمة على 2،3،5،7 و $11^2 > 89$.	0,25	
ب - $D_{7832} = \{1,2,4,8,11;22;44,88;89,178,356,712,979,1958,3916,7832\}$	0,5	
جـ - باستعمال خوارزمية إقليدس أو تحليل 981 نجد $PGCD(981,977) = 1$.	0,25	
3. $x'^2 - y'^2 = 7832$ و $PGCD(x';y') = 1$ و $x' - y' \equiv 4[11]$ إذاً $(x';y') = (981;977)$ ومنه $(x;y) = (1962;1954)$.	0,5	
4. أ - باستعمال مبرهنة بيزو ، البرهان أنّ a أوّلي مع $b \times c$.	0,25	
ب - باستعمال الاستدلال بالتراجع، إثبات أنّه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$، $PGCD(a;b^n) = 1$.	0,5	
جـ - $p\gcd(981^{1954};977) = 1$ ؛ $p\gcd(981^{1954};977^{1962}) = 1$ ؛ $p\gcd(981^{1954};2^8) = 1$ ؛ من 4. أ . ينتج $p\gcd(981^{1954};977^{1962} \times 2^8) = 2^{1954}$ $p\gcd(1962^{1954};1954^{1962}) = 2^{1954}$	0,75	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
1. أ - $f(1) = 1 = \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ، ومنه الدالة f مستمرة على يمين 0.	0,5	03,25 نقطة
ب - $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} -x\ln x = 0 = \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} \dfrac{f(x) - 1}{x}$.	0,25	
التفسير الهندسي: $(\mathcal{C}_f)$ يقبل نصف مماس في $A(0;1)$ معادلته $y = 1$ و $x \geq 0$.	0,25	
2. أ - $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.	0,25	
ب - من أجل $x \in]0;+\infty[$، $f'(x) = -x(2\ln x + 1)$ + الإشارة	0,75	
f متزايدة تماما على $[0;e^{-\frac{1}{2}}]$ ومتناقصة تماما على $[e^{-\frac{1}{2}};+\infty[$	0,25	
جدول تغيرات الدالة f.	0,25	
3. أ - تبيين أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$.	0,75	

تابع للموضوع الأول — عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
ب - $f(1,531)\approx 0,002$ ؛ $f(1,532)\approx -0,001$ إذاً $f(1,532)<f(\alpha)<f(1,531)$	0,5	03,75 نقطة
4. أ - الدالة g زوجية لأن $\mathbb{R}$ متناظر بالنسبة إلى 0 و $g(-x)=g(x)$	0,25	
ب - إنشاء المنحنى $(\mathcal{C}_g)$ على المجال $[-2;2]$.	1	
5. $x\mapsto \frac{1}{3}x^3\ln x-\frac{1}{9}x^3+\frac{1}{9}$ هي الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto x^2\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم من أجل القيمة 1.	0,5	
6. أ - $F(t)=\left(\alpha-\frac{1}{3}\alpha^3\ln\alpha+\frac{1}{9}\alpha^3\right)-\left(t-\frac{1}{3}t^3\ln t+\frac{1}{9}t^3\right)$.	0,25	
ب - من $\ln(\alpha)=\frac{1}{\alpha^2}$ ؛ $\ln(t)=\frac{1-f(t)}{t^2}$ إذاً $F(t)=\frac{-3tf(t)-t^3-6t+\alpha^3+6\alpha}{9}$.	0,25	
جـ - لدينا $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=1$ إذاً $\lim\limits_{t \xrightarrow{>} 0} F(t)=\frac{\alpha^3+6\alpha}{9}$.	0,5	
7. أ - القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $\mathcal{S}(m)=2\mathcal{A}$ هي: $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{\alpha^3+6\alpha}{\pi}}$.	0,25	
ب - علما أنّ $3,140<\pi<3,142$ و $1,531<\alpha<1,532$ نجد: $1,344<m<1,346$.	0,25	

(الموضوع الثاني) — عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
التمرين الأوّل: (04 نقاط)		
1. الاقتراح الصحيح (أ) + التعليل (يمكن حساب u_1 في كل حالة أو $\frac{1}{2}u_n+3$ بدلالة n)	1	04 نقاط
2. الاقتراح الصحيح (ب) + التعليل ($\lvert iz-1-i\rvert=3$ معناه $\lvert z-1+i\rvert=3$)	1	
3. الاقتراح الصحيح (أ) + التعليل (يمكن استعمال خواص الموافقة بترديد 11)	1	
4. الاقتراح الصحيح (ب) + التعليل (في التمثيل الوسيطي يمكن ملاحظة أن الشعاعين مرتبطان خطيا)	1	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		
1. $z^2-2(1-\sqrt{3})z+8=0$ معناه $z\in\left\{(1-\sqrt{3})-i(1+\sqrt{3});(1-\sqrt{3})+i(1+\sqrt{3})\right\}$	1,25	03,25 نقطة
2. أ - $\frac{z_B}{z_A}=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i=e^{\frac{5\pi}{6}i}=e^{-\frac{7\pi}{6}i}$.	0,75	
ب - $\arg\left(\frac{z_B}{z_A}\right)=-2\arg(z_A)=-\frac{7\pi}{6}$ ومنه $\arg(z_A)=\frac{7\pi}{12}$	0,75	
جـ - $\cos\frac{7\pi}{12}=\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}=\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$.	0,5	

3. أ - حلول المعادلة $7x-2y=1$ هي كل الثنائيات $(2k+1;7k+3)$ مع $k\in\mathbb{Z}$.	0,5	01,75 نقطة
ب - $7x=12(1+2y)$ ومنه x مضاعف لـ 12 حسب مبرهنة غوص.	0,25	
جـ - حلول المعادلة $7x-24y=12$ هي: $x=24k+12$ و $y=7k+3$ مع $k\in\mathbb{Z}$.	0,5	
د - $n=24k+12$ مع $k\in\mathbb{N}$.	0,5	
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
1. $C\in(\Delta_1)\cap(\Delta_2)$ ومنه $C(3;-2;1)$	0,5	04 نقاط
2. (Δ_1) و (d) غير متوازيين وغير متقاطعين وعليه فهما ليسا من نفس المستوي	0,5	
3. أ - $\begin{cases}x=3-\alpha-3\beta\\y=-2+2\alpha+2\beta;(\alpha\in\mathbb{R});(\beta\in\mathbb{R})\\z=1-\alpha+3\beta\end{cases}$ وهو تمثيل وسيطي للمستوي $(\mathcal{P})$.	0,5	
ب - استنتاج أنّ $4x+3y+2z-8=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$.	0,25	
جـ - $C\in(\mathcal{P})$ و $\overrightarrow{BC}$ عمودي على المستوي $(\mathcal{P})$.	0,25	
4. أ - $I\in(d)\cap(\mathcal{P})$ ومنه $I(1;0;2)$ ؛ $D\in(\Delta_2)\cap(IA)$ ومنه $D(0;0;4)$.	0,75	
ب - I منتصف $[AD]$ لأن $\overrightarrow{IA}=-\overrightarrow{ID}$ أو $I\left(\frac{x_A+x_D}{2};\frac{y_A+y_D}{2};\frac{z_A+z_D}{2}\right)$	0,25	
5. أ - $(BC)//(KG)$ حسب طاليس في BIC نجد $\frac{IG}{IC}=\frac{1}{3}$ ومنه G مرجح $\{(C;1),(I;2)\}$ وعليه G مرجح $\{(C;1),(A;1),(D;1)\}$ أي G مركز ثقل ACD.	0,5	
ب - $G\left(\frac{5}{3};-\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$	0,5	
التمرين الرابع (07 نقاط)		
1. $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}f(x)=0=f(0)$ إذن الدالة f مستمرة على يسار 0.	0,25	02,50 نقطة
2. $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}e^{\frac{1}{x}}-\lim\limits_{t\to-\infty}te^t=0$.	0,25	
التفسير الهندسي: $(\mathcal{C}_f)$ يقبل نصف مماس مواز لحامل محور الفواصل في المبدأ O.	0,25	
3. أ - $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$.	0,25	
ب - لكل $x\in]-\infty;0[$: $f'(x)=\left(\frac{x^2-x+1}{x^2}\right)e^{\frac{1}{x}}$ ؛ $f'(x)>0$	0,5	
f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;0[$.	0,25	
جدول تغيرات الدالة f.	0,25	
4. أ - $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=\lim\limits_{t\overset{<}{\to}0}\frac{e^t}{t}-e^t-\frac{1}{t}=\lim\limits_{t\overset{<}{\to}0}\frac{e^t-1}{t-0}-e^t=0$	0,25	
ب - المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ ، $y=x$ معادلة له.	0,25	

تابع للموضوع الثاني عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
5. أ - $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=1$.	0,25	04,50 نقطة
ب - لكل x من المجال $]-\infty;0[$: $g'(x)=e^{\frac{1}{x}}\times\frac{1}{x^2}\times\frac{1}{x}$ ؛ $g'(x)<0$	0,5	
g متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$.	0,25	
جدول تغيّرات الدالة g .	0,25	
6. أ - من أجل كل x من $]-\infty;0[$ ، $0<g(x)<1$ معناه $x<f(x)<0$	0,25	
ب - $(\mathscr{C}_f)$ فوق (Δ) ؛ $f(0)=0$ إذاً يتقاطعان في المبدأ O.	0,25	
جـ - إنشاء المنحنى $(\mathscr{C}_f)$.	0,5	
7. أ - باستعمال الاستدلال بالتراجع يكون من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<0$.	0,75	
ب - المتتالية (u_n) متزايدة تماما لأنّ $u_n<f(u_n)<0$	0,25	
جـ - المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى بالعدد 0 إذن هي متقاربة نحو ℓ.	0,25	
بما أنّ f مستمرة على $]-\infty;0[$ فإن $f(\ell)=\ell$ ومنه $\ell=0$ أي $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$.	0,25	
8. أ - لكل x من المجال $]-\infty;0[$ ، $h'_m(x)=e^{\frac{1}{x}}\left(1-\frac{1}{x}\right)-m=\frac{f(x)}{x}-m$.	0,5	
ب - $h'_m(x)=0$ تكافئ $f(x)=mx$ و $x\neq0$ إذا كان $m\in]0;1[$ فإن المعادلة $h'_m(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-\infty;0[$. إذا كان $m\in]-\infty;0]\cup[1;+\infty[$ فإن المعادلة $h'_m(x)=0$ لا تقبل حلا.	0,25	

ملاحظة: تقبل وتراعى جميع الطرق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2015

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، النقطتين A و B اللتين لاحقتيهما على الترتيب z_A و z_B حيث: $z_A=1-i$ و $z_B=3+3i$.

1) أ) اكتب z_A ، z_B على الشكل الأسي .

ب) n عدد طبيعي ، عيّن قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقيا.

جـ) z عدد مركب حيث: $\frac{z}{z_A}=4e^{i\frac{\pi}{12}}$ ؛ احسب طويلة العدد z وعمدة له ، ثم اكتب $\frac{z}{z_A}$ على الشكل الجبري.

د) استنتج $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

2) أ) احسب اللاحقة z_C للنقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$، واستنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) احسب z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A;-1),(B;1),(C;1)\}$، ثمّ بيّن أنّ $ABDC$ مربع .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;2;2)$ ، $B(2;0;2)$ ، $C(-2;3;7)$

والمستوي $(\mathcal{P})$ المعرف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=2+\beta \\ y=-1-3\alpha-\beta \\ z=-\alpha \end{cases}$ α و β وسيطان حقيقيان.

1) أ) بيّن أنّ النقط A ، B و C تعين مستويا.

ب) تحقّق أنّ الشعاع $\vec{n}(2;1;1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ، ثمّ اكتب معادلة ديكارتية له .

2) أ) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ ، ثمّ بيّن أنّ المستويين $(\mathcal{P})$ و (ABC) متعامدان .

ب) بيّن أنّ تقاطع $(\mathcal{P})$ و (ABC) هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=5+4t \\ y=-4-7t \\ z=-t \end{cases} ;(t\in\mathbb{R})$.

3) أ) عيّن إحداثيات النقطة H مرجح الجملة $\{(A;1),(B;1),(C;-1)\}$.

ب) احسب المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ).

4) لتكن $(\mathcal{P}')$ مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right).\vec{u}=0$ ($\vec{u}$ هو شعاع توجيه (Δ)).

أ) بيّن أن المجموعة $(\mathcal{P}')$ هي مستوٍ يطلب تعيين عناصره المميزة، ثمّ استنتج معادلة ديكارتية لـه.

ب) بيّن أن المستويات الثلاثة $(\mathcal{P})$، (ABC) و $(\mathcal{P}')$ تتقاطع في نقطة واحدة E، ثمّ عيّن إحداثيات E .

جـ) احسب بطريقة ثانية المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ) .

<u>التمرين الثالث</u>: (03.5 نقطة)

1) أ) عيّن ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^n على 13.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $42\times138^{2015}+2014^{2037}-3$ على 13 .

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+6)8^{2n}[13]$.

ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv0[13]$.

<u>التمرين الرابع</u>: (07.5 نقطة)

I) h الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بما يلي : $h(x)=(x+2)^2+2-2\ln(x+2)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}h(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة h ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

3) استنتج أنه من أجل كل x من $]-2;+\infty[$ ، $h(x)>0$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+1+\dfrac{2}{x+2}\ln(x+2)$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$(وحدة الطول $1cm$).

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا ، ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-2;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+2)^2}$

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-2;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4) أ) اثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثييها.

ب) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) .

جـ) احسب بالسنتيمتر المربع ، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=-1$ و $x=1$.

III) g الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ: $g(x)=|x+1|+\dfrac{2}{x+2}|\ln(x+2)|$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ ؛ ماذا تستنتج بالنسبة إلى g؟

2) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

3) انطلاقا من المنحنى (C_f) ارسم المنحى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقطتين $A\left(2;3;1\right)$ ، $B\left(1;2;-2\right)$

و $\left(D\right)$المستقيم الذي تمثيله الوسيطي: $\left(t\in\mathbb{R}\right)$; $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=3+2t \end{cases}$.

1) أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم$\left(\Delta\right)$الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}\left(1;2;-2\right)$ شعاع توجيه له .

ب) عيّن إحداثيات النقطة C نقطة تقاطع المستقيمين$\left(D\right)$ و $\left(\Delta\right)$.

2) $\left(\mathcal{P}\right)$المستوي المعيّن بالمستقيمين $\left(D\right)$ و $\left(\Delta\right)$.

بيّن أنّ $\vec{n}\left(2;-2;-1\right)$ شعاع ناظمي للمستوي $\left(\mathcal{P}\right)$، ثمّ استنتج معادلة ديكارتية له .

3) أ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $\left(\mathcal{Q}\right)$ الذي يشمل النقطة B ويعامد المستقيم$\left(\Delta\right)$.

ب) عيّن إحداثيات النقطة E المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم$\left(\Delta\right)$.

جـ) احسب المسافة بين النقطة B والمستقيم$\left(\Delta\right)$.

د) احسب مساحة المثلث BEC .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة، المعادلة ذات المجهول z التالية: $\left(\mathrm{I}\right)...z^2-4\left(\sin\theta\right)z+4=0$.

حيث θ وسيط حقيقي.

2) من أجل $\theta=\dfrac{\pi}{3}$ نرمز إلى حلي المعادلة $\left(\mathrm{I}\right)$ بـ z_1 و z_2. اكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي .

3) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ و $z_C=3\sqrt{3}+i$.

أ) اكتب العدد المركب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري، ثمّ على الشكل الأسي. واستنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) استنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ويطلب تعيين نسبته وزاوية له.

جـ) عيّن لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالانسحاب t الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$، ثمّ حدّد طبيعة الرباعي $ABDC$.

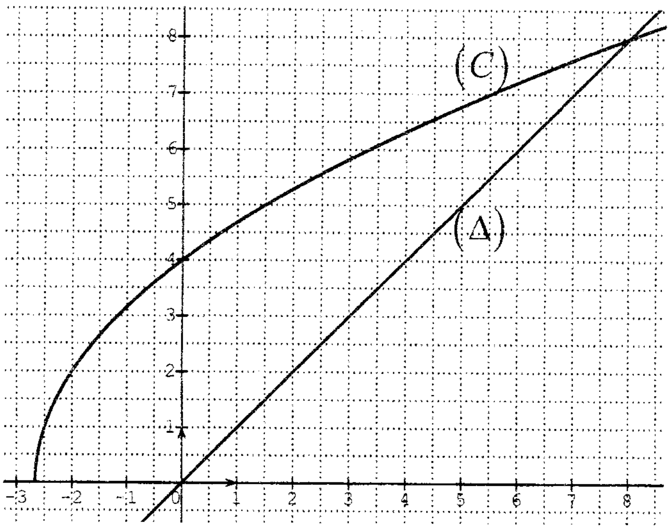
4) أ) عيّن $\left(\Gamma_1\right)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\dfrac{z-z_C}{z-z_B}$ تخيلي صرف مع $z\neq z_B$.

ب) عيّن $\left(\Gamma_2\right)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\dfrac{z-z_C}{z-z_B}$ حقيقيا مع $z\neq z_B$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية $\left(u_n\right)$ المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\sqrt{6u_n+16}$

1) h الدالة المعرفة على المجال $\left[-\dfrac{8}{3};+\infty\right[$ بما يلي: $h\left(x\right)=\sqrt{6x+16}$ و $\left(C\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس و $\left(\Delta\right)$ المستقيم ذو معادلة $y=x$ (أنظر الشكل في الصفحة الموالية).



أ) أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها وموضحا خطوط الإنشاء).

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر (u_n) وتقاربها.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :
$0 \le u_n < 8$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n :
$$u_{n+1} - u_n = \frac{(8-u_n)(u_n+2)}{\sqrt{6u_n+16}+u_n}.$$

جـ) استنتج اتجاه تغيّر (u_n).

3) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 8 - u_{n+1} \le \frac{1}{2}(8-u_n)$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 8 - u_n \le 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

<u>التمرين الرابع</u>: (07 نقاط)

I) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x) = (x+2)e^x - 2$.

1) احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكل جدول تغيراتها .

3) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثمّ شكل جدول تغيرات الدالة f .

جـ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x + 3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$
ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3) أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $0{,}92 < \alpha < 0{,}93$ و $-1{,}56 < \beta < -1{,}55$.

ب) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty ; \frac{3}{2}\right]$

4) أ) بيّن أنّ الدالة: $x \mapsto xe^x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto (x+1)e^x$ على $\mathbb{R}$.

ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما:
$x = 0$ ، $x = \alpha$ (حيث α هي القيمة المعرفة في السؤال 3) أ)).

جـ) جد حصرا للعدد A .

(الموضوع الأول)　　عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (04 نقاط)		04 نقاط
1. أ- $z_A=\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}=\sqrt{2}e^{i\left(\frac{7\pi}{4}\right)}$ ، $z_B=3\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}$	0,5	
ب- $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n=e^{\frac{7n\pi}{4}}$ حقيقي معناه $\frac{7n\pi}{4}=k\pi$ وحسب غوص $n=4k$ حيث $k\in\mathbb{N}$	0,5	
جـ- لدينا: $z=z_A\times 4e^{i\frac{\pi}{12}}=4\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ومنه $\lvert z\rvert=4\sqrt{2}$ و $\arg(z)=-\frac{\pi}{6}$	0,5	
$\frac{z}{z_A}=\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)+i\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$	0,5	
د- $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ و $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	0,5	
2. أ- $z_C-z_A=e^{i\frac{\pi}{2}}\left(z_B-z_A\right)$ ومنه $z_C=-3+i$	0,5	
المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في A .	0,25	
ب- $z_D=\frac{-z_A+z_B+z_C}{-1+1+1}=-1+5i$	0,25	
$z_D-z_C=z_B-z_A$ ومنه $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$ وبالتالي $ABDC$ متوازي أضلاع و ABC متساوي الساقين وقائم في A إذاً فهو مربع .	0,5	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		04,25 نقطة
1. أ- $\overrightarrow{AB}(1;-2;0)\not\parallel\overrightarrow{AC}(-3;1;5)$ ومنه النقط A و B و C تعين مستويا.	0,5	
ب- $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ ومنه $\vec{n}(2;1;1)$ ناظمي للمستوي (ABC).	0,5	
معادلة (ABC) هي: $2x+y+z-6=0$.	0,25	
2. أ- معادلة المستوي $(\mathcal{P})$ هي: $x+y-3z-1=0$.	0,5	
$(\mathcal{P})$ و (ABC) متعامدان لأنّ $\vec{n}\perp\vec{n'}$ حيث $\vec{n'}(1;1;-3)$. ومنه $\vec{n}.\vec{n'}=0$	0,25	
ب- بالتعويض نجد $(\Delta)\subset(\mathcal{P})$ و $(\Delta)\subset(ABC)$	0,5	
3. أ- $H(5;-1;-3)$	0,5	
ب- $d(H;(\Delta))=d(H;(\mathcal{P}))=\frac{12\sqrt{11}}{11}$	0,5	
4. أ- لدينا: $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)\vec{u}=0$ تكافئ $\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0$ ومنه $(\mathcal{P}')$ هو المستوي الذي يشمل النقطة H و $\vec{u}$ شعاع ناظمي له .	0,5	
معادلة $(\mathcal{P}')$ هي $4x-7y-z-30=0$.	0,25	

تابع للموضوع الأول — عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
ب - $(\mathcal{P})\cap(ABC)\cap(\mathcal{P}')=(\Delta)\cap(\mathcal{P}')=\{E\}$ ومنه $E\left(\frac{43}{11};-\frac{23}{11};\frac{3}{11}\right)$	0,5	0,75 نقطة
جـ - $d(H;(\Delta))=EH=\frac{12\sqrt{11}}{11}$	0,25	
التمرين الثالث: (03,5 نقطة)		03, 5 نقطة
1. أ - $8^0\equiv1[13]$، $8^1\equiv8[13]$، $8^2\equiv12[13]$، $8^3\equiv5[13]$، $8^4\equiv1[13]$ ومنه لكل $k\in\mathbb{N}$ $8^{4k+\alpha}\equiv8^\alpha[13]$ مع $\alpha\in\{0;1;2;3\}$.	01	
ب - $42\times138^{2015}+2014^{2037}-3\equiv3\times5-1-3[13]$ ومنه الباقي 11.	0,75	
2. أ - $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+1)8^{2n}-(-8)^{2n+3}[13]$ أي $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+1)8^{2n}+8^{2n}\times5[13]$ ومنه $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+6)8^{2n}[13]$	01	
ب - $5n+6\equiv0[13]$ لأن 8^{2n} أولي مع 13 إذاً $n\equiv4[13]$ و $n\in\mathbb{N}$	0,75	
التمرين الرابع: (07,5 نقطة)		04 نقطة
I) .1 $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}h(x)=+\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=+\infty$	0,5	
2. من أجل كل x من $]-2;+\infty[$: $h'(x)=\frac{2(x^2+4x+3)}{x+2}$	0,25	
الدالة h متناقصة تماما على $]-2;-1]$ ومتزايدة تماما على $[-1;+\infty[$	0,25	
جدول تغيرات الدالة h.	0,25	
3. لكل x من $]-2;+\infty[$ ، $h(x)\geq3$ ومنه $h(x)>0$.	0,25	
II) .1 $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}f(x)=-\infty$	0,25	
$x=-2$ معادلة المستقيم المقارب للمنحنى (C_f).	0,25	
$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0,25	
2. أ - لكل x من المجال $]-2;+\infty[$: $f'(x)=\frac{h(x)}{(x+2)^2}$	0,5	
ب - الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-2;+\infty[$	0,25	
جدول تغيرات الدالة f.	0,25	
3. أ - $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=0$ ومنه (Δ) المستقيم المقارب المائل لـ (C_f).	0,25	
ب - (C_f) تحت (Δ) على $]-2;-1]$ ؛ (C_f) فوق (Δ) على $[-1;+\infty[$	0,5	

173

<table>
<tr><th>تابع للموضوع الأول عناصر الإجابة</th><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td>4. أ - لكل x من المجال $]-2;+\infty[$: $f''(x)=\dfrac{-6+4\ln(x+2)}{(x+2)^3}$</td><td>0,25</td><td rowspan="9">03,5 نقطة</td></tr>
<tr><td>$f''(x)$ تنعدم عند $e^{\frac{3}{2}}-2$ وتغيّر إشارتها</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$A\left(e^{\frac{3}{2}}-2\,;e^{\frac{3}{2}}+3e^{-\frac{3}{2}}-1\right)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>ب - رسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) .</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>جـ - $s=\int_{-1}^{1}f(x)dx=\left[\frac{1}{2}x^2+x+\ln^2(x+2)\right]_{-1}^{1}=\left(2+\ln^2 3\right)cm^2$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>III) 1 . $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}=-3$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}=3$
الدالة g غير قابلة للاشتقاق عند العدد -1</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>2. المنحنى (C_g) يقبل نصفي مماسين عند النقطة ذات الإحداثيتين $(-1;0)$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>3. (C_g) ينطبق على (C_f) على المجال $]-1;+\infty[$ و (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل على المجال $]-2;-1[$.</td><td>0,5</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>(الموضوع الثاني) عناصر الإجابة</th><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td>التمرين الأوّل: (04 نقاط)</td><td></td><td rowspan="10">04 نقاط</td></tr>
<tr><td>1. أ - الجملة: $\begin{cases}x=2+\lambda\\ y=3+2\lambda;(\lambda\in\mathbb{R})\\ z=1-2\lambda\end{cases}$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ).</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>ب - إحداثيات النقطة C نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ) هي :$(1;1;3)$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>2. $\vec{n}\perp\overrightarrow{v_{(D)}}$ و $\vec{n}\perp\vec{u}$ ومنه $\vec{n}(2;-2;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي $(\mathcal{P})$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>المعادلة الديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ هي: $2x-2y-z+3=0$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>3. أ - المعادلة الديكارتية للمستوي $(\mathcal{Q})$ هي: $x+2y-2z-9=0$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>ب - $E\in(\Delta)\cap(\mathcal{Q})$ ومنه $E\left(\frac{7}{3};\frac{11}{3};\frac{1}{3}\right)$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>جـ - $d(B;(\Delta))=BE=\sqrt{10}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>د - $S_{BEC}=\frac{1}{2}BE\times CE=2\sqrt{10}\,ua$</td><td>0,5</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة (تابع للموضوع الثاني)	مجزأة	مجموع
التمرين الثاني: (05 نقاط)		05 نقاط
1. $\Delta=16\left(\sin^2\theta-1\right)=\left(4i\cos\theta\right)^2$. ومنه $z'=2\sin\theta+2i\cos\theta$ ، $z''=2\sin\theta-2i\cos\theta$	0,75	
2. $z_1=\sqrt{3}+i=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_2=\sqrt{3}-i=2e^{i\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$.	0,5	
3. أ - $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=i\sqrt{3}$	0,5	
$\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، المثلث ABC قائم في A .	0,5	
ب - $z_C-z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}\left(z_B-z_A\right)$ ومنه C هي صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ، نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.	0,75	
جـ - $t(B)=D$ تعني $z_D=z_B+z_{\overrightarrow{AC}}$ ومنه $z_D=3\sqrt{3}-i$	0,5	
$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}$ والمثلث ABC قائم ومنه الرباعي $ABDC$ مستطيل	0,5	
4. أ - (Γ_1) هي الدائرة ذات القطر $[BC]$ باستثناء B .	0,5	
ب - (Γ_2) هي المستقيم (BC) باستثناء B .	0,5	
التمرين الثالث: (04 نقاط)		04 نقاط
1. أ - إعادة رسم الشكل وتمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على حامل محور الفواصل	0,5	
ب - التخمين : المتتالية (u_n) متزايدة ومتقاربة	0,25	
2. أ - البرهان بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n<8$.	0,75	
ب - لكل عدد طبيعي $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\sqrt{6u_n+16}-u_n=\frac{(8-u_n)(u_n+2)}{\sqrt{6u_n+16}+u_n}$	0,5	
جـ - المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$.	0,5	
3. أ - نبيّن أنه لكل $n\in\mathbb{N}$: $0<8-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(8-u_n)$.	0,75	
ب - نبيّن أنه لكل $n\in\mathbb{N}$: $0<8-u_n\le 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$	0,5	
$\lim_{n\to+\infty}u_n=8$	0,25	

175

عناصر الإجابة — تابع للموضوع الثاني	مجزأة	مجموع
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I) 1. $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-2$ ، $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$	0,5	
2. لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $g'(x)=(x+3)e^x$.	0,25	
$g'(x)\le 0$ من أجل $x\in]-\infty;-3]$ و $g'(x)\ge 0$ من أجل $x\in[-3;+\infty[$	0,25	
الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-3]$ ومتزايدة تماما على المجال $[-3;+\infty[$	0,25	
جدول تغيّرات الدالة g .	0,25	
3. $g(0)=0$ ؛ $g(x)\le 0$ لكل $x\in]-\infty;0]$ و $g(x)\ge 0$ لكل $x\in[0;+\infty[$.	0,5	
II) 1. $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+1)\left[\frac{2x+3}{x+1}-e^x\right]=-\infty$ ؛ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	0,5	
2. أ - لكل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$.	0,5	07 نقاط
ب - إشارة $f'(x)$.	0,25	
جدول تغيرات الدالة f .	0,25	
جـ - $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-y)=\lim_{x\to-\infty}\left[-xe^x-e^x\right]=0$ ؛ (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)	0,25	
(C_f) يقع فوق (Δ) من أجل $x\in]-\infty;-1]$. (C_f) يقع تحت (Δ) من أجل $x\in[-1;+\infty[$. (C_f) يقطع (Δ) عند النقطة $A(-1;1)$	0,5	
3. أ - بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة مرتين.	0,5	
$f(0,92)\approx 0,02$ ؛ $f(0,93)\approx -0,03$ ؛ $f(-1,56)\approx -0,002$ ؛ $f(-1,55)\approx 0,01$	0,5	
ب - رسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).	0,75	
4. أ - $u(x)=xe^x$ إذاً $u'(x)=(x+1)e^x$	0,25	
ب - $A=\int_0^\alpha\left[2x+3-f(x)\right]dx=\alpha e^\alpha\, ua$	0,5	
جـ - $2,31<A<2,36$	0,25	

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2015

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المـــدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04,5 نقطة)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ؛

نعتبر النقط $A\left(2;1;0\right)$ ، $B\left(1;2;2\right)$ ، $C\left(3;3;1\right)$ و $D\left(1;1;4\right)$.

1) تحقّق أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا وأنّ $x-y+z-1=0$ معادلة ديكارتية له.

2) بيّن أنّ المثلث ABC متقايس الأضلاع ، ثمّ تحقّق أنّ مساحته هي $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ وحدة مساحة.

3) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي $\left(ABC\right)$ والذي يشمل النقطة D .

4) النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي $\left(ABC\right)$

أ) عيّن إحداثيات النقطة E ثمّ احسب المسافة بين النقطة D والمستوي $\left(ABC\right)$.

ب) عيّن مركزي سطحي الكرتين اللذين يمسان $\left(ABC\right)$ في النقطة E ونصف قطر كل منهما $\sqrt{3}$.

5) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

I) عيّن العددين المركّبين α و β حيث : $\begin{cases}2\alpha-\beta=-3\\ 2\overline{\alpha}+\overline{\beta}=-3-2i\sqrt{3}\end{cases}$ مع $\overline{\alpha}$ مرافق α و $\overline{\beta}$ مرافق β.

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. A ، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب:

$$z_A=-\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2} \quad ، \quad z_B=\overline{z_A} \quad و \quad z_A=z_C\,.\,e^{i\frac{\pi}{3}}$$

1) أ) اكتب z_A و z_C على الشكل الأسي ثمّ عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا سالبا.

ب) تحقّق أنّ العدد المركّب $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015}+\left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962}-\left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435}$ حقيقي.

2) D النقطة ذات اللاحقة $z_D=1+i$.

أ) حدّد النسبة وزاوية للتشابه المباشر S الذي مركزه O ويحوّل D إلى A .

ب) اكتب $\frac{z_A}{z_D}$ على الشكل الجبري ثمّ استنتج القيمة المضبوطة لكل من: $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

3) عيّن مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقّق: $z = k\left(1+i\right)e^{i\left(\frac{7\pi}{12}\right)}$ حيث k يمسح $\mathbb{R}^+$.

<u>التمرين الثالث</u>: (04,5 نقطة)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـــ : $u_0 = e^2 - 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \left(1+u_n\right)e^{-2} - 1$.

1) احسب u_1 ، u_2 و u_3 .

2) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $1+u_n > 0$.

3) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة . هل هي متقاربة ؟ علّل.

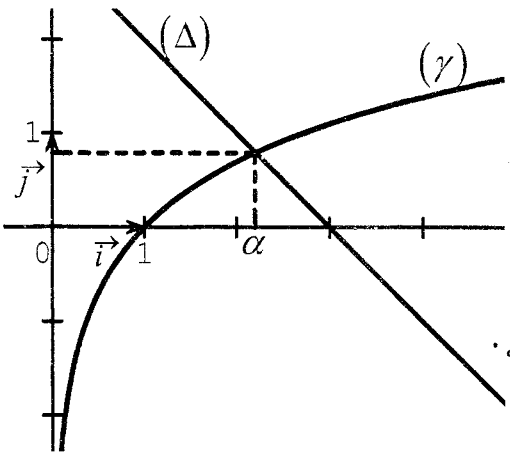
4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = 3\left(1+u_n\right)$.

أ) أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب v_n و u_n بدلالة n ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

جـ) بيّن أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $\ln v_0 + \ln v_1 + \ldots + \ln v_n = \left(n+1\right)\left(-n+2+\ln 3\right)$.

<u>التمرين الرابع</u>: (06,5 نقطة)



المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

I) (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -x+3$ ؛ α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ) .

1) بقراءة بيانية حدّد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $]0;+\infty[$.

2) g الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $g(x) = x - 3 + \ln x$.

استنتج حسب قيم x إشارة $g\left(x\right)$.

3) تحقّق أن: $2,2 < \alpha < 2,3$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $f\left(x\right) = \left(1-\frac{1}{x}\right)\left(\ln x - 2\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$.

2) أثبت أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'\left(x\right) = \frac{g\left(x\right)}{x^2}$ ؛ ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) بيّن أنّ: $f\left(\alpha\right) = \frac{-\left(\alpha-1\right)^2}{\alpha}$ ؛ ثمّ استنتج حصرا للعدد $f\left(\alpha\right)$.

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل ؛ ثمّ أنشئ (C_f) على المجال $]0\,;\,e^2]$.

III) F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ والتي تحقّق: $F\left(1\right) = -3$.

1) بيّن أنّ منحنى الدالة F يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يُطلب تعيين فاصلتيهما.

2) بيّن أنّ $x \mapsto x\ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على $]0;+\infty[$ ؛ ثمّ استنتج عبارة الدالة F.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ؛

نعتبر النقط $A\left(2;4;1\right)$ ، $B\left(0;4;-3\right)$ ، $C\left(3;1;-3\right)$ و $D\left(1;0;-2\right)$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة من الحالات الآتية:

1) النقط A ، B و C ليست في استقامية.

2) $2x+2y-z-11=0$ معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$.

3) النقطة $E\left(3;2;-1\right)$ هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي $\left(ABC\right)$.

4) المستقيمان $\left(AB\right)$ و $\left(CD\right)$ من نفس المستوي.

5) $t\in\mathbb{R}$; $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=t-1 \\ z=-t-1 \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم $\left(CD\right)$.

6) يوجد عددان حقيقيان α و β حيث النقطة $I\left(\frac{3}{5};4;-\frac{9}{5}\right)$ مرجح الجملة $\left\{\left(A;\alpha\right),\left(B;\beta\right)\right\}$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب: z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B=-\overline{z_A}$ و $z_C=-\left(z_A+z_B\right)$ ، ($\overline{z_A}$ هو مرافق z_A) .

1) أ) اكتب كلا من العددين المركّبين z_B و z_C على الشكل الأسي .

ب) استنتج أنّ النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة $\left(\gamma\right)$ يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

جـ) أنشئ الدائرة $\left(\gamma\right)$ والنقط A ، B و C .

2) أ) تحقّق أنّ: $\frac{z_B-z_C}{z_B-z_A}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

ب) استنتج أنّ المثلث ABC متقايس الأضلاع وأنّ النقطة O مركز ثقل هذا المثلث.

جـ) عيّن وأنشئ $\left(E\right)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\left|z\right|=\left|z-\sqrt{3}-i\right|$.

3) أ) عيّن زاوية للدوران r الذي مركزه O ويحوّل C إلى A.

ب) أثبت أنّ صورة $\left(E\right)$ بالدوران r هي محور القطعة $\left[OB\right]$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

I) f الدالة المعرّفة على المجال $\left]0;+\infty\right[$ بـــ : $f(x)=\frac{4x+1}{x+1}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني.

1) عيّن اتجاه تغير الدالة f على المجال $\left]0;+\infty\right[$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2015

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المــدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04,5 نقطة)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ؛

نعتبر النقط $A\left(2;1;0\right)$ ، $B\left(1;2;2\right)$ ، $C\left(3;3;1\right)$ و $D\left(1;1;4\right)$.

1) تحقّق أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا وأنّ $x-y+z-1=0$ معادلة ديكارتية له.

2) بيّن أنّ المثلث ABC متقايس الأضلاع ، ثمّ تحقّق أنّ مساحته هي $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ وحدة مساحة.

3) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) والذي يشمل النقطة D .

4) النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)

أ) عيّن إحداثيات النقطة E ثمّ احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC).

ب) عيّن مركزي سطحي الكرتين اللذين يمسان (ABC) في النقطة E ونصف قطر كل منهما $\sqrt{3}$.

5) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

I) عيّن العددين المركّبين α و β حيث : $\begin{cases}2\alpha-\beta=-3\\ 2\overline{\alpha}+\overline{\beta}=-3-2i\sqrt{3}\end{cases}$ مع $\overline{\alpha}$ مرافق α و $\overline{\beta}$ مرافق β .

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. A ، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب:

$$z_A=-\frac{3}{2}+i\,\frac{\sqrt{3}}{2} \quad ، \quad z_B=\overline{z_A} \quad و \quad z_A=z_C\,.\,e^{i\frac{\pi}{3}}$$

1) أ) اكتب z_A و z_C على الشكل الأسي ثمّ عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا سالبا.

ب) تحقّق أنّ العدد المركّب $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015}+\left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962}-\left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435}$ حقيقي.

2) D النقطة ذات اللاحقة $z_D=1+i$.

أ) حدّد النسبة وزاوية للتشابه المباشر S الذي مركزه O ويحوّل D إلى A .

(الموضوع الأول) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (04,5 نقطة)		04,5 نقطة
1. النقط A ، B و C ليست في استقامية لأن $\overrightarrow{AB}(-1;1;2) \not\parallel \overrightarrow{AC}(1;2;1)$	0,75	
إحداثيات النقط تحقق المعادلة $x-y+z-1=0$	0,5	
2. المثلث ABC متقايس الأضلاع ، $AB=AC=BC=\sqrt{6}$	0,5	
$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\times AC\times\sin\widehat{A}=\frac{3\sqrt{3}}{2}\,ua$	0,5	
3. التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو: $\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\ ;\ (t\in\mathbb{R})\\z=4+t\end{cases}$	0,5	
4. أ - $E\in(\Delta)\cap(ABC)$ ومنه $E(0;2;3)$	0,5	
$d(D;(ABC))=\sqrt{3}$ أو $ED=\sqrt{3}$	0,5	
ب - المركزان هما D و $D'(-1;3;2)$ نظيرة D بالنسبة إلى E	0,25	
5. $V_{ABCD}=\frac{3}{2}uv$	0,5	
التمرين الثاني: (04,5 نقطة)		04,5 نقطة
I) $\alpha=-\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\beta=i\sqrt{3}$	0,5	
II) 1. أ - $z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ، $z_C=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$	0,75	
$\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n=e^{i\frac{n\pi}{3}}$ ؛ $\frac{n\pi}{3}=(2k+1)\pi$ ومنه $n=6k+3;k\in\mathbb{N}$	0,25	
ب - $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015}+\left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962}-\left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435}=-\sqrt{3}-1$ وهو عدد حقيقي	0,25	
2. أ - $\frac{z_A}{z_D}=\sqrt{\frac{3}{2}}e^{i\frac{7\pi}{12}}=\frac{\sqrt{6}}{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$ ؛ النسبة $\frac{\sqrt{6}}{2}$ و $\frac{7\pi}{12}$ زاوية له	0,75	
ب - $\frac{z_A}{z_D}=\frac{\sqrt{3}-3}{4}+i\frac{\sqrt{3}+3}{4}$	0,75	
$\cos\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ ، $\sin\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	1	
3. مجموعة النقط M هي نصف مستقيم $[OA)$ ($z=\sqrt{2}ke^{i\frac{5\pi}{6}}$ مع $k\in\mathbb{R}^+$)	0,25	

عناصر الإجابة — تابع للموضوع الأول	مجزأة	مجموع
التمرين الثالث: (04,5 نقطة)		4,50 نقطة
.1 $u_1=0$ ، $u_2=e^{-2}-1$ و $u_3=e^{-4}-1$.	1	
.2 إثبات أن: $1+u_n>0$ باستعمال البرهان بالتراجع	0,75	
.3 $u_{n+1}-u_n=\left(e^{-2}-1\right)\left(1+u_n\right)<0$ ومنه (u_n) متناقصة تماما	0,5	
(u_n) متقاربة لأنها متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد -1	0,25	
.4 أ - $v_{n+1}=e^{-2}v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية ، $q=e^{-2}$ ، $v_0=3e^2$.	01	
ب - $v_n=3e^{-2n+2}$	0,25	
$u_n=e^{-2n+2}-1$	0,25	
$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-1$	0,25	
جـ - $\ln v_0+\ln v_1+....+\ln v_n=(n+1)(\ln 3+2-n)$	0,25	
التمرين الرابع: (06,5 نقطة)		06,5 نقطة
I) 1. الوضع النسبي لـــ (γ) و (Δ)	0,5	
.2 $g(x)<0$ لمّا $x\in]0;\alpha[$ و $g(x)>0$ لمّا $x\in]\alpha;+\infty[$ و $g(\alpha)=0$	0,5	
.3 $g(2,2)\approx-0,0115$ ، $g(2,3)\approx0,13$ ومنه $g(2,2)\times g(2,3)<0$	1	
II) 1. $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)=+\infty$	0,5	
.2 التحقق من $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$	0,5	
جدول التغيرات	0,25	
.3 $f(\alpha)=\dfrac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$	0,5	
$-0,768<f(\alpha)<-0,626$ يقبل أي حصر صحيح	0,25	
.4 (C_f) فوق محور الفواصل على كل من $]0\,;1[$ و $]e^2;+\infty[$ وتحته على $]1;e^2[$ ويتقاطعان في النقطتين ذات الفاصلتين 1 و e^2.	0,75	
إنشاء المنحنى على المجال $]0\,;e^2]$	0,5	
III) 1. $F'(x)=f(x)=0$ ومنه $x=1$ أو $x=e^2$.	0,25	
.2 $u(x)=x\ln x-x$ ومنه $u'(x)=\ln x$	0,5	
عبارة $F(x)$: $F(x)=(2+x)\ln x-\frac{1}{2}(\ln x)^2-3x$	0,5	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (04 نقاط)		04 نقاط
1. صحيح : $\overrightarrow{AB}(-2;0;-4)\not\parallel\overrightarrow{AC}(1;-3;-4)$	0,75	
2. صحيح : إحداثيات النقط تحقق المعادلة $2x+2y-z-11=0$	0,75	
3. خطأ : الشعاع $\overrightarrow{DE}(2;2;1)$ ليس ناظميا للمستوي (ABC)	0,75	
4. خطأ : D لا تنتمي إلى المستوي (ABC)	0,5	
5. صحيح : إحداثيات النقطتين C و D تحقق التمثيل الوسيطي	0,75	
6. صحيح : لأن النقط A، B، I في استقامية أو $(3\overrightarrow{IA}+7\overrightarrow{IB}=\vec{0})$	0,5	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		05 نقاط
1. أ - $z_B=2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ، $z_C=2e^{i\frac{3\pi}{2}}=2e^{-i\frac{\pi}{2}}$	1	
ب - $\|z_A\|=\|z_B\|=\|z_C\|=2$ إذاً A، B و C تنتمي إلى (γ) التي مركزها O ونصف قطرها 2	0,5	
جـ - الإنشاء	0,5	
2. أ - التحقق أن: $\frac{z_B-z_C}{z_B-z_A}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$	0,75	
ب - المثلث متقايس الأضلاع ($AB=BC$ و $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CB})=-\frac{\pi}{3}$)	0,5	
O مركز ثقله ($z_A+z_B+z_C=0$ أو مركز الدائرة المحيطة به هي مركز ثقله)	0,25	
جـ - (E) هي محور $[OA]$ مع الإنشاء	0,75	
3. أ - $\frac{z_A}{z_C}=e^{i\frac{2\pi}{3}}$ إذاً $\frac{2\pi}{3}$ زاوية للدوران r.	0,5	
ب - $r(A)=B$ و $r(O)=O$ و r يحافظ على المنتصفات وعلى التعامد ومنه صورة (E) هي محور $[OB]$ بـ r أو أية طريقة أخرى.	0,25	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		03 نقاط
I) 1. f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$	0,5	
2. $f(x)-x=\frac{-x^2+3x+1}{x+1}$ ؛ $f(\alpha)=\alpha$ حيث $\alpha=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$. على $]0;\alpha[$ ، (C_f) فوق (D) ؛ وعلى $]\alpha;+\infty[$ ، (C_f) تحت (D) ويتقاطعان في $A(\alpha;\alpha)$.	0,5	
3. الرسم	0,75	
II) 1. أ - تمثيل الحدود	0,75	
ب - (u_n) متزايدة تماما ومتقاربة ؛ (v_n) متناقصة تماما ومتقاربة	0,5	

عناصر الإجابة — تابع للموضوع الثاني	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2. أ - إثبات بالتراجع لكل n من $\mathbb{N}$: $2 \le u_n < \alpha$ و $\alpha < v_n \le 5$ أو أية طريقة أخرى	0,5	02 نقاط
ب - استنتاج اتجاه التغير	0,5	
3. أ - إثبات $v_{n+1} - u_{n+1} \le \frac{1}{3}(v_n - u_n)$	0,25	
ب - تبيان $0 < v_n - u_n \le \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$	0,25	
جـ - استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n - u_n) = 0$	0,25	
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \alpha$	0,25	
التمرين الرابع (06 نقاط)		06 نقاط
I) 1. $g'(x) = -2\left(1+e^{2x-2}\right) < 0$ ومنه g متناقصة تماما على $\mathbb{R}$	0,75	
2. g مستمرة متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ و $g(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$	0,5	
$g(0,36) \approx 0,002$ ؛ $g(0,37) \approx -0,02$	0,5	
3. $g(x) < 0$ لمّا $x \in]\alpha;+\infty[$ و $g(x) > 0$ لمّا $x \in]-\infty;\alpha[$ و $g(\alpha) = 0$	0,5	
II) 1. أ - $f'(x) = e^{2x+2} g(-x)$	0,5	
ب - $g(-x) < 0$ لمّا $x \in]-\infty;-\alpha[$ و $g(-x) > 0$ لمّا $x \in]-\alpha;+\infty[$ و $f'(-\alpha) = 0$	0,25	
f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.	0,25	
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$	0,5	
جدول التغيرات	0,25	
3. $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x) + x - 1) = 0$	0,25	
(C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = -x + 1$	0,25	
4. (C_f) فوق (Δ) على $[0;+\infty[$ وتحته على $]-\infty;0]$	0,25	
5. إنشاء (Δ) و (C_f)	0,5	
6. أ - لكل x من $\mathbb{R}$: $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$	0,5	
ب - $F(x) = \frac{1}{2}\left[-f(x) + f'(x) + x - x^2 - \frac{3}{2}e^{2x+2}\right]$ أي $F(x) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)e^{2x+2} - \frac{1}{2}x^2 + x - 1$ حيث: F دالة أصلية لـــ f على $\mathbb{R}$.	0,25	

ملاحظة: تقبل وتراعى جميع الطرق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط.

CH07R13BAC2015

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2015

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأوّل: (05 نقاط)

يعطي الجدول التالي الاستهلاك y_i (باللتر l لكل $100km$) من الوقود لقاطرة منجمية بدلالة سرعتها x_i مقدّرة بـ km/h.

x_i مقدّرة بـ (km/h)	50	60	70	80	90
y_i مقدّر بـ $(l/100km)$	3,2	3,4	3,8	4,4	5,2

1) مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

2) تعطى معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـ y بدلالة x كالآتي: $y=0,05x+0,5$.

باستعمال هذا التعديل، ما هو تقديرك لاستهلاك هذه القاطرة من الوقود عندما تسير بسرعة قدرها $130km/h$؟

3) نبحث في هذا الجزء عن تعديل آخر.

أ) أتمم الجدول التالي: (تُدَوَّرُ كل نتائج الحسابات إلى 10^{-2} عند ملء الجدول فقط)

x_i مقدّرة بـ (km/h)	50	60	70	80	90
y_i مقدّر بـ $(l/100km)$	3,2	3,4	3,8	4,4	5,2
$z_i=\ln y_i$					

ب) عيّن $(\overline{x};\overline{z})$ إحداثيي النقطة المتوسطة للسلسلة الإحصائية $(x_i;z_i)$.

ج) عيّن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـ z بدلالة x على الشكل $z=ax+b$.

د) عبّر عن y بدلالة x ؛ باستعمال هذا التعديل، ما هو تقديرك لاستهلاك القاطرة من الوقود عندما تسير بسرعة قدرها $130km/h$ ؟

هـ) في الواقع أنّه ابتداءً من السرعة $90km/h$، كلما ازدادت هذه الأخيرة بمقدار $10km/h$ ارتفع استهلاك القاطرة للوقود بمقدار $0,75\,l$.

من بين التعديلين السابقين؛ أيهما يعطي أفضل تقدير لاستهلاك القاطرة من الوقود حينما تسير بسرعة $130km/h$؟

التمرين الثاني: (06 نقاط)

اختر الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بحدها العام: $u_n = 5\times 2^n \times 3^{n-1}$.

أ) (u_n) حسابية ، ب) (u_n) هندسية ، جـ) (u_n) ليست هندسية ولا حسابية.

2) (v_n) متتالية حسابية حدّها الأول $v_0 = 1$ وأساسها 4؛ قيمة n التي من أجلها يكون $v_1+v_2+...+v_n = 2015$

هي: أ) $n=31$ ، ب) $n=32$ ، جـ) $n=33$.

3) منحنى الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x^2-1)^3$ ، يقبل مماسًا في النقطة ذات الفاصلة $\sqrt{2}$ معادلته:

أ) $y=\sqrt{2}x+1$ ، ب) $y=6\sqrt{2}x-11$ ، جـ) $y=6\sqrt{2}x+1$.

4) A و B حادثتان من مجموعة إمكانيات، حيث: $P(A)=0,3$ و $P_A(B)=0,4$.

أ) $P(A\cap B)=0,12$ ، ب) $P(A\cap B)=0,1$ ، جـ) $P(A\cap B)=0,7$.

5) A و B حادثتان مستقلتان من مجموعة إمكانيات، حيث: $P(A)=0,3$ و $P(B)=0,4$.

أ) $P(A\cup B)=0,7$ ، ب) $P(A\cup B)=0,58$ ، جـ) $P(A\cup B)=0,12$.

6) A و B حادثتان من مجموعة إمكانيات، حيث: $P_A(B)=0,4$ ، $P(A)=0,3$ و $P(A\cup B)=0,68$.

أ) $P(B)=0,204$ ، ب) $P(B)=0,272$ ، جـ) $P(B)=0,5$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}-3$.

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x)=\dfrac{4}{e^x+1}-3$.

ب) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ؛ ثمّ فسّر النتيجتين هندسيا.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.

ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $\Omega(0;-1)$.

جـ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(-x)+f(x)=-2$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر.

د) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) في نفس المعلم.

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x=0$ ، $x=-\ln 3$ و $y=0$.

5) h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(|x|)$ ، و (C_h) منحناها البياني في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) بيّن أنّ h دالة زوجية.

ب) اعتمادًا على المنحنى (C_f)، اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) ثمّ ارسمه في نفس المعلم السابق.

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (06 نقاط)

بيّنتْ دراسة أنّ 5% من عمال إحدى القطاعات الصناعية يُحالون على التقاعد سنويًا وبالمقابل يُوظّف 3000 عامل سنويًا. علماً أنّ سنة 2012 كان عدد العمال 50000.

نعتبر الألف هو الوحدة ونرمز بـ : u_n لعدد العمال سنة $2012+n$ أي $u_0=50$.

1) احسب u_1 و u_2 .

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=0,95u_n+3$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) ليست حسابية وليست هندسية.

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n=60-u_n$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأوّل.

ب) اكتب v_n بدلالة n ؛ ثمّ استنتج u_n بدلالة n.

ج) قدّر عدد العمال سنة 2017.

د) حدّد اتجاه تغير المتتالية (u_n).

هـ) احسب نهاية المتتالية (u_n). هل يمكن أن يصِل عدد عمال المصنع إلى 60000 عامل؟

التمرين الثاني: (05 نقاط)

مصنع سيارات يشتغل بوحدتين A و B وينتج نوعين: سيارات تسير بالبنزين يُرمز إليها بـ E وأخرى بغير البنزين $\overline{E}$.

رُبع إنتاج هذا المصنع تصنعه الوحدة A .

اشترى شخص سيارة من إنتاج هذا المصنع، احتمال أن تكون هذه السيارة من صنع الوحدة A وتسير بالبنزين يساوي $\frac{1}{6}$، واحتمال أن تكون من صنع الوحدة B وتسير بالبنزين يساوي $\frac{3}{8}$.

(تعطى كل النتائج على شكل كسر غير قابل للاختزال).

1) بيّن أنّ احتمال أن تكون السيارة تسير بالبنزين علماً أنّها من صنع الوحدة A يساوي $\frac{2}{3}$.

2) احسب احتمال أن تكون السيارة تسير بالبنزين علماً أنّها من صنع الوحدة B.

3) أ) احسب احتمال أن تكون السيارة تسير بالبنزين.

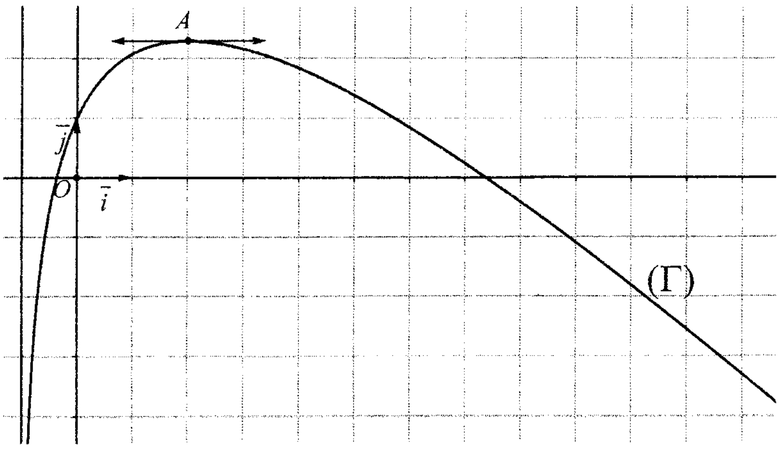
ب) علماً أنّ السيارة تسير بالبنزين ما احتمال أن تكون من صنع الوحدة A ؟

4) أنجز شجرة الاحتمالات التي تُنمذج هذه الوضعية.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I) f دالة معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=ax+b+3\ln(x+1)$ ، حيث a و b عددان حقيقيان.



(Γ) التمثيل البياني للدالة f ، المعطى في الشكل المقابل ، يقبل في النقطة $A(2;-1+3\ln 3)$ مماسًا موازيًا لحامل محور الفواصل.

1) بقراء بيانية:

أ) ضع تخميناً حول:

$$\lim_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)$$

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2) باستعمال المعطيات المتوفرة، جد قيمة كل من a و b .

II) نعتبر في هذا الجزء : $f(x)=-x+1+3\ln(x+1)$.

1) احسب نهاية الدالة f عند -1 بقيم أكبر.

2) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. (يُعطى $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+1)}{x}=0$)

3) أ) عيّن النقطة B من المنحنى (Γ) التي يكون فيها المماس (T) للمنحنى (Γ) موازيًا للمستقيم الذي معادلته $y=x$ ، ثم اكتب معادلة للمماس (T).

ب) استنتج بيانيا ، قيم العدد الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x)=x+m$ حلين موجبين تمامًا.

4) g الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=(x+1)\ln(x+1)-x$.

أ) احسب $g'(x)$ ؛ ثمّ استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$.

ب) لتكن α و β فاصلتي نقطتي تقاطع المنحنى (Γ) مع حامل محور الفواصل ، بيّن أنّ: $\alpha\in]7,37\,;\,7,38[$ و $\beta\in]-0,37\,;\,-0,36[$.

ج) احسب S مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (Γ) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=0$ ، $x=\alpha$.

د) تحقّق أنّ: $S=\left(\frac{1}{2}\alpha^2-2\alpha-1\right)ua$ ؛ ثم عيّن حصرًا لـ S .(ua وحدة مساحة)

III) تنتج إحدى الورشات في اليوم الواحد 7 آلاف قطعة على الأكثر.

تُنمذج الكلفة الهامشية C_m (الوحدة 1000 دينار) لإنتاج قطعة إضافية على المجال $[0;7]$ بالدالة f المعرّفة في الجزء II) ، أي من أجل $x\in[0;7]$ لدينا $C_m(x)=f(x)$.

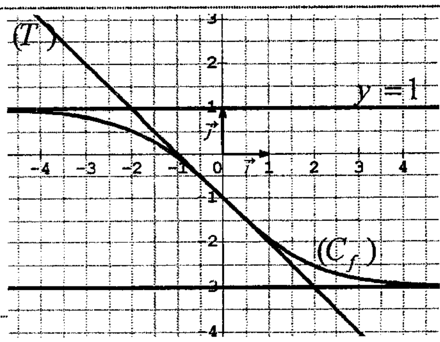
نرمز بـ $C_T(x)$ إلى الكلفة الإجمالية لإنتاج x قطعة.

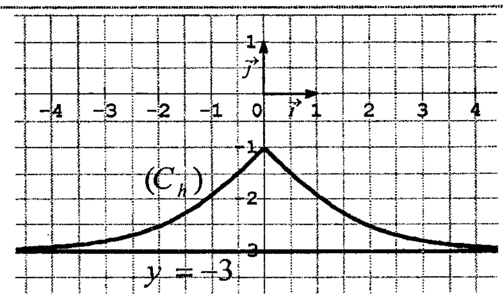
1) عيّن عبارة الكلفة الإجمالية $C_T(x)$ علماً أن الكلفة الإجمالية لإنتاج الألف قطعة الأولى هي $\dfrac{5}{2}$.

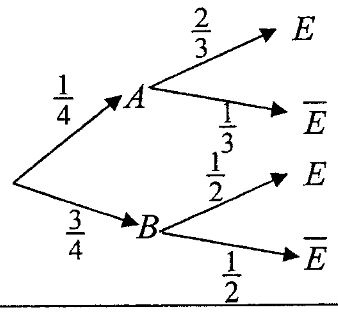
2) قدّر قيمة الكلفة الإجمالية لإنتاج 7 آلاف قطعة.

<table dir="rtl">
<tr><th rowspan="2">(الموضوع الأول) عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td>التمرين الأوّل: (05 نقاط)</td><td></td><td rowspan="14">05 نقاط</td></tr>
<tr><td>1. تمثيل سحابة النقط</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>2. $y=0,05\times130+0,5$ أي $y=7$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>3. أ -
<table>
<tr><td>x_i مقدّرة بـ (km/h)</td><td>50</td><td>60</td><td>70</td><td>80</td><td>90</td></tr>
<tr><td>y_i مقدّر بـ $(l/100km)$</td><td>3,2</td><td>3,4</td><td>3,8</td><td>4,4</td><td>5,2</td></tr>
<tr><td>$z_i=\ln y_i$</td><td>1,16</td><td>1,22</td><td>1,34</td><td>1,48</td><td>1,65</td></tr>
</table></td><td>1,25</td></tr>
<tr><td>ب - لدينا $\bar{x}=\frac{50+60+70+80+90}{5}=70$ و $\bar{z}=\frac{1,16+1,22+1,34+1,48+1,65}{5}=1,37$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>جـ - $a=\frac{\frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{i=5}x_iz_i\right)-\bar{x}\,\bar{z}}{\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{i=5}(x_i-\bar{x})^2}$ أي $a=0,0124$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>$b=1,37-0,0124\times70$ أي $b=0,502$ ومنه $z=0,0124x+0,502$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>د - لدينا $z=\ln y$ وبالتالي $\ln y=0,0124x+0,502$ ومنه $y=e^{0,0124x+0,502}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>لما $x=130$ فإن $y=e^{0,0124\times130+0,502}\approx8,28$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>هـ - الاستهلاك عند السرعة $130km/h$ هو $5,2+4\times0,75\,l=8,2\,l$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>لدينا التعديل الأول: $y=7$ والتعديل الثاني: $y\approx8,28$ وبالمقارنة نجد أنّ التعديل الثاني أفضل من الأوّل في تقدير الاستهلاك عند سرعة $130km/h$ لأنّه الأقرب إلى $8,2l$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td colspan="2">ملاحظة تخص السؤال ج) : مهما كانت رتبة التدوير التي يعطيها المترشح في حسابه لاستهلاك القاطرة يعتبر مقبولا.</td></tr>
<tr><td>التمرين الثاني: (06 نقاط)</td><td></td><td rowspan="9">04 نقاط</td></tr>
<tr><td>1. ب) (u_n) هندسية</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$u_n=5\times2^n\times3^{n-1}$ تكافئ $u_n=\frac{5}{3}\times(2\times3)^n$ وهو الحد العام لمتتالية هندسية أو $u_{n+1}=6u_n$</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>2. أ) $n=31$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$v_1+v_2+\ldots+v_n=\frac{n}{2}(v_1+v_n)=2n^2+3n=2015$ ومنه $n=31$</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>3. ب) $y=6\sqrt{2}x-11$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$f'(x)=3\times2x(x^2-1)=6x(x^2-1)$ ، $f(\sqrt{2})=1$ ، $f'(\sqrt{2})=6\sqrt{2}$ ومنه $y=6\sqrt{2}x-11$</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>4. أ) $P(A\cap B)=0,12$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)=0,12$</td><td>0,75</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة — تابع للموضوع الأول	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
5. ب) $P(A\cup B)=0,58$	0,25	02 نقاط
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)$	0,75	
6. جـ) $P(B)=0,5$	0,25	
$P(B)=P(A\cup B)+P(A\cap B)-P(A)=P(A\cup B)+P(A)\times P_A(B)-P(A)$	0,75	
التمرين الثالث: (09 نقاط)		09 نقاط
1. أ - من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $f(x)=\dfrac{4}{e^x+1}-3$	0,5	
ب - $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-3$	0,5	
$y=1$ و $y=-3$ معادلتا المستقيمين المقاربين	0,5	
2. $f'(x)=\dfrac{-4e^x}{(e^x+1)^2}$ ؛ $f'(x)<0$	0,75	
f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$	0,25	
جدول التغيرات.	0,25	
3. أ - $f(x)=0$ معناه $x=-\ln 3$	0,5	
ب - معادلة المماس (T) $y=-x-1$.	0,75	
جـ - من أجل كل عدد حقيقي x فإن $f(-x)+f(x)=-2$ ،	0,5	
$\Omega(0;-1)$ مركز تناظر لـ (C_f)	0,5	
د - الرسم	1,25	
4. $A=-\int_{-\ln 3}^{0} f(x)dx=\left[4\ln\left(e^{-x}+1\right)+3x\right]_{-\ln 3}^{0}$	0,75	
$A=\left(3\ln 3-4\ln 2\right)ua$	0,5	
5. أ - h دالة زوجية لأن $\mathbb{R}$ متناظر بالنسبة إلى 0 و $h(-x)=h(x)$	0,5	
ب - في $[0;+\infty[$ ينطبق (C_h) على (C_f) و (C_h) متناظر بالنسبة إلى محور التراتيب	0,5	
الرسم	0,5	





عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (06 نقاط)		06 نقاط
.1 $u_1 = 0{,}95u_0 + 3 = 50{,}5$ ؛ $u_2 = 0{,}95u_1 + 3 = 50{,}975$	01	
.2 أ - $u_{n+1} = u_n - \frac{5}{100}u_n + 3$ ومنه $u_{n+1} = 0{,}95u_n + 3$.	01	
ب -(u_n) ليست حسابية لأنّ $u_1 - u_0 \neq u_2 - u_1$ أو $u_{n+1} \neq u_n + r$	0,25	
(u_n) ليست هندسية لأنّ $\frac{u_1}{u_0} \neq \frac{u_2}{u_1}$ أو $u_{n+1} \neq qu_n$	0,25	
.3 أ - $v_{n+1} = 0{,}95v_n$ ؛ $q = 0{,}95$ ، $v_0 = 10$	0,5×2	
ب - $v_n = 10 \times 0{,}95^n$ ؛ $u_n = 60 - 10 \times 0{,}95^n$	0,5×2	
جـ - لدينا $u_5 = 60 - 10 \times 0{,}95^5$ إذن عدد العمال في سنة 2017 هو: 52262.	0,5	
د - $u_{n+1} - u_n = 0{,}5 \times 0{,}95^n > 0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما.	0,5	
هـ - $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \lim\limits_{n \to +\infty}\left(60 - 10 \times 0{,}95^n\right) = 60$	0,25	
عدد العمال في هذا القطاع الصناعي لن يصل 60000 عاملا	0,25	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		05 نقاط
.1 $P_A(E) = \frac{P(A \cap E)}{P(A)} = \frac{2}{3}$	01	
.2 $P_B(E) = \frac{P(B \cap E)}{P(B)} = \frac{1}{2}$	01	
.3 أ - $P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E) = \frac{13}{24}$	01	
ب - $P_E(A) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{4}{13}$	01	
.4 	01	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
تابع للموضوع الثاني		
التمرين الثالث: (09 نقاط)		
I) 1. أ - $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) = -\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$	0,5	
ب - جدول التغيرات	0,5	
2. $f'(x) = a + \dfrac{3}{x+1}$	0,5	
من $f'(2)=0$ نجد $a=-1$	0,5	
من $f(2) = -1+3\ln 3$ نجد $b=1$	0,5	
II) 1. $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) = -\infty$	0,25	
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$	0,5	
3. أ - $f'(x)=1$ نجد $x=\dfrac{1}{2}$ ومنه $B\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}+3\ln\dfrac{3}{2}\right)$	0,5	
$y = x + 3\ln\dfrac{3}{2}$	0,5	
ب - $f(x) = x+m$ تقبل حلين موجبين تماما من أجل $1 < m < 3\ln\dfrac{3}{2}$	0,75	09 نقاط
4. أ - $g'(x) = \ln(x+1)$	0,25	
F دالة أصلية لـ f على $]-1;+\infty[$: $F(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 - 2x + 3(x+1)\ln(x+1)$	0,5	
ب - $f(7,37) \approx 0,003$ ؛ $f(7,38) \approx -0,002$	0,5	
$f(-0,37) \approx -0,01$ ؛ $f(-0,36) \approx 0,02$	0,5	
جـ - $S = \int_0^{\alpha} f(x)dx$ ومنه $S = -\dfrac{1}{2}\alpha^2 - 2\alpha + 3(\alpha+1)\ln(\alpha+1)\ ua$	0,5	
د - $S = \left(\dfrac{1}{2}\alpha^2 - 2\alpha - 1\right) ua$	0,25	
$11,39845 < S < 11,4922$	0,5	
III) 1. $C_T(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 - 2x + 3(x+1)\ln(x+1) + c$ مع $C_T(1) = \dfrac{5}{2}$ $c = 5 - 6\ln 2$ ومنه $C_T(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 - 2x + 3(x+1)\ln(x+1) + 5 - 6\ln 2$	0,5	
2. $C_T(7) \approx 12,247713$ أي $C_T(7) \approx 12247,713\,DA$	0,5	

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2015

الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المـــدة: 02 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد ، مع التعليل ، من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

1) إذا كان a عددا صحيحا حيث: $a \equiv -1[5]$ فإنّ:

أ) $a \equiv 2[5]$ ب) $a \equiv 6[5]$ ج) $a \equiv 99[5]$

2) باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو:

أ) -1 ب) 6 ج) 1

3) من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على:

أ) 3 ب) 5 ج) 2

4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً:

أ) عدد زوجي ب) مضاعف للعدد 3 ج) مضاعف للعدد 4

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية التي حدّها الأوّل u_0 وأساسها q حيث: $u_0 = 2$ و $q = 3$.

1) احسب u_1 و u_2.

2) اكتب u_n بدلالة n ؛ ثمّ استنتج u_5.

3) عيّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

4) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{n-1}$.

ب) استنتج قيمة المجموع: $2 + 6 + 18 + ... + 486$.

5) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل عدد من الأعداد 3 ، 3^2 ، 3^3 و 3^4.

ب) استنتج أنّه لكل k من $\mathbb{N}$؛ $3^{4k} \equiv 1[5]$.

6) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $3^n - 1$ قابلا للقسمة على 5.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{-x+3}{x-2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\underset{<}{\longrightarrow}2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\underset{>}{\longrightarrow}2} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

2) احسب $f'(x)$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدالة f.

3) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

4) a و b عددان حقيقيان ، (Δ) مستقيم معادلته $y=ax+b$.

عيّن العددين a و b علماً أنّ المستقيم (Δ) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

5) أ) تحقّق أنّه لكل x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $f(x)=-1+\dfrac{1}{x-2}$.

ب) استنتج النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة.

6) أنشئ (Δ) و (C_f).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأوّل u_1 وأساسها r حيث: $u_2 = \frac{1}{2}$ و $u_1 - u_3 = 5$

1) أ) بيّن أنّ: $u_1 + u_3 = 1$.

ب) عيّن الحدّ الأوّل u_1 ؛ ثمّ استنتج أنّ $r = -\frac{5}{2}$.

2) اكتب u_n بدلالة n.

3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $S_n = -\frac{657}{2}$.

4) n عدد طبيعي غير معدوم ، نضع: $T_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + ... + nu_n$.

أ) تحقّق أنّه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $(n+2)(9-5n) = -5n^2 - n + 18$.

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع ، أثبت أنّه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عددان صحيحان يحقّقان: $a \equiv 13[7]$ و $b \equiv -6[7]$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b.

2) بيّن أنّ العددين a^3+1 و b^3-1 يقبلان القسمة على 7.

3) أ) تحقّق أنّ: $a \equiv 2015[7]$ و $b \equiv 1436[7]$.

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $2015^3 + 1436^3$.

ج) استنتج أنّ: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3 - 3x + 2$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ؛ ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثييها.

4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

5) احسب $f(-2)$ و $f(2)$ ؛ ثمّ أنشئ (T) و (C_f).

6) أ) أنشئ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 2$.

ب) حل ، في $\mathbb{R}$ ، بيانيا المتراجحة $f(x) \geq x + 2$.

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة: **2015**

اختبار في مادة: الرياضيات   الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية   المدة: **02 سا و 30 د**

(الموضوع الأول) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (05 نقاط)		
1. ج) $a\equiv 99[5]$ لأنّ $99\equiv -1[5]$ أو $99+1\equiv 0[5]$	1,25	
2. ب) 6 لأن $-99-6$ مضاعف لـ 7 أو $-99\equiv 6[7]$	1,25	**05 نقاط**
3. أ) 3 لأن $10\equiv 1[3]$ ومنه لكل $n\in\mathbb{N}$، $10^n-1\equiv 0[3]$	1,25	
4. ب) مضاعف للعدد 3 لأن لكل $n\in\mathbb{N}$، $n+(n+1)+(n+2)=3(n+1)$	1,25	
التمرين الثاني: (07 نقاط)		
1. $u_1=2\times 3=6$ و $u_2=6\times 3=18$.	01	
2. $u_n=2\times 3^n$ ؛ $u_5=2\times 3^5=486$	01	
3. $u_{n+1}-u_n=4\times 3^n>0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما	01	
4. أ - $S_n=3^n-1$	01	**07 نقاط**
ب - $2+6+18+...+486=u_0+u_1+...+u_5=728$	01	
5. أ - العدد: 3 ، 3^2 ، 3^3 ، 3^4 الباقي: 3 ، 4 ، 2 ، 1	01	
ب - $3^4\equiv 1[5]$ ومنه لكل k من $\mathbb{N}$ ؛ $3^{4k}\equiv 1[5]$.	0,5	
6. $3^n-1\equiv 0[5]$ تكافئ $3^n\equiv 1[5]$ إذاً $n=4k$ مع $k\in\mathbb{N}$	0,5	
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
1. أ - $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-1$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}f(x)=+\infty$	01	
ب - $x=2$ و $y=-1$	01	
2. $f'(x)=\dfrac{-1}{(x-2)^2}$ ؛ $f'(x)<0$	1,25	
f متناقصة تماما على كل من $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$	0,5	
3. جدول تغيرات الدالة f.	0,5	**08 نقاط**
4. $a=f'(0)=-\dfrac{1}{4}$ ؛ $b=f(0)=-\dfrac{3}{2}$	01	
5. أ - $f(x)=\dfrac{-x+2+1}{x-2}=-1+\dfrac{1}{x-2}$	0,5	
ب - $x\in\mathbb{Z}$ و $x-2$ من قواسم 1 أي $x\in\{1;3\}$ ومنه $A(1;-2)$ و $B(3;0)$	01	
6. إنشاء (Δ) و (C_f).	1,25	

(الموضوع الثاني) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (06 نقاط)		06 نقاط
1. أ - $u_1+u_3=2u_2=1$	0,5	
ب - $(u_1-u_2)+(u_1+u_2)=2u_1$ ومنه $u_1=3$. $r=u_2-u_1=\frac{1}{2}-3=-\frac{5}{2}$	01	
2. $u_n=u_1-\frac{5}{2}(n-1)=-\frac{5}{2}n+\frac{11}{2}$	01	
3. أ - $S_n=\frac{n}{2}(u_1+u_n)=\frac{n(17-5n)}{4}$	01	
ب - $S_n=-\frac{657}{2}$ معناه $5n^2-17n-1314=0$ ومنه $n=18$	01	
4. أ - لكل n من $\mathbb{N}^*$: $(n+2)(9-5n)=-5n^2-n+18$.	0,5	
ب - الاستدلال بالتراجع	01	
التمرين الثاني: (06 نقاط)		06 نقاط
1. $a\equiv 6[7]$ و $b\equiv 1[7]$.	01	
2. $a\equiv -1[7]$ ومنه $a^3+1\equiv 0[7]$ و $b\equiv 1[7]$ ومنه $b^3-1\equiv 0[7]$	1,5	
3. أ - $2015\equiv 6[7]$ و $a\equiv 6[7]$ ؛ $1436\equiv 1[7]$ و $b\equiv 1[7]$.	1,5	
ب - $2015^3+1436^3\equiv 1-1[7]$ أي $2015^3+1436^3\equiv 0[7]$	01	
جـ - $2015^3+1436^3-1962^3+1\equiv 0-1+1[7]$	01	
التمرين الثالث: (08 نقاط)		08 نقاط
1. $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	01	
2. $f'(x)=3x^2-3$ إشارته	1,25	
f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-1;1]$	0,5	
جدول التغيرات	0,5	
3. $f''(x)=6x$ تنعدم عند 0 مغيرة إشارتها ومنه $(0;2)$ إحداثيات نقطة الانعطاف	0,75	
4. (T): $y=-3x+2$	0,75	
5. $f(-2)=0$ و $f(2)=4$	0,5	
إنشاء (T) و (C_f).	1,25	
6. أ - إنشاء (Δ)	0,5	
ب - $f(x)\geq x+2$ تكافئ $x\in[-2;0]\cup[2;+\infty[$	01	