

بكالوريات شعبة تقني رياضي
دورة 2013 (الموضوع 2)

x و y عدنان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول
(x; y) التالية : $11x + 7y = 1$.

(1) - أ) عيّن $(x_0; y_0)$ ، حلول المعادلة (E) الذي يحقق:
ب- استنتج حلول المعادلة (E). $x_0 + y_0 = -1$

(2) a و b عدنان طبيعيان و S العدد الذي يحقق:
$$\begin{cases} S = 11a + 1 \\ S = 7b + 2 \end{cases}$$

أ) بيّن أن $(a; -b)$ حل للمعادلة (E).

ب) ماهو باقي القسمة الأقليلية للعدد S على 77

دورة 2012 (الموضوع 1)

1- أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي قسمة 9^n على 11
2- ماهو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11 ؟
3- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد :
 $2011^{2012} + 4 \times 2011^{10n} + 9^{15n+1} \times 4$ يقبل القسمة على 11
4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد:
 $2n + 2 + 2011^{2012}$ يقبل القسمة على 11

دورة 2012 (الموضوع 2)

نسمي (S) الجملة التالية : $\begin{cases} x \equiv 3[15] \\ x \equiv 6[7] \end{cases}$ حيث x عدد صحيح
1- بيّن أن العدد 153 حل للجملة (S).
2- إذا كان x_0 حلا لـ (S) ، بين أن:

$$\left(\begin{cases} x - x_0 \equiv 0[5] \\ x - x_0 \equiv 0[7] \end{cases} \right) \text{ يكافئ } (S)$$

3- حل الجملة (S).

4- يريد مكتبي وضع عدد من الكتب في علب ، فإذا استعمل علبا تتسع لـ 15 كتابا بقي لديه 3 كتب و إذا استعمل علبا تتسع لـ 7 كتب بقي لديه 6 كتب.
إذا علمت أن عدد الكتب التي بحوزته محصورة بين 500 و 600 كتابا ، ما عدد هذه الكتب ؟

دورة 2011 (الموضوع 2)

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$

1-تحقق أن : $4 \equiv -3[7]$ ثم بيّن أن : $A_3 \equiv 6[7]$

2-أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n،بواقي قسمة 2^n و 3^n على 7

3- بيّن أنه إذا كان n فرديا فإن: $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7.

واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على 7.

4- ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{1432} على 7.
دورة 2010 (الموضوع 1)

نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب في نظام العد ذي الأساس 7 كمايلي: $n = 11\alpha 00$ حيث α عدد طبيعي .

1- عين العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 3 .

2- عين العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 5 .

استنتج العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 15 .

3- نأخذ : $\alpha = 4$ أكتب العدد n في النظام العشري.

دورة 2010 (الموضوع 2)

1- عين، حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي قسمة 10^n على 13

2- تحقق أن : $[13] 1 + 10^{2008} + (10^{2008})^2 \equiv 0$.

3- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث : $[13] 10^{2n} + 10^n + 1 \equiv 0$

دورة 2009 (الموضوع 1)

1- حل المعادلة التفاضلية : $y' = (\ln 2)y$.

2- نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق : $f(0) = 1$

عين عبارة $f(x)$.

3- n عدد طبيعي .

أ) أدرس بواقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n .

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $f(2009) - 4$.

4- أ) أحسب بدلالة n ،المجموع $S_n = f(0) + f(1) + \dots + f(n)$

ب) عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها S_n يقبل القسمة

على 7

دورة 2008 (الموضوع 1)

n عدد طبيعي أكبر من 5 .

1- a و b عدنان طبيعيان حيث: $a = n - 2$ و $b = 2n + 3$

أ- ماهي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعديدين a و b

ب- بين أن العديدين a و b من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان

$n + 5$ ضاعفا للعدد 7.

ج- عين قيم n التي من أجلها $\text{PGCD}(a; b) = 7$.

2- نعتبر العديدين الطبيعيين p و q حيث :

$$p = 2n^2 - 7n - 15 \text{ و } q = n^2 - 7n + 10$$

أ- بيّن أن كل من العديدين p و q يقبل القسمة على $n - 5$

ب- عين تبعا لقيم n وبدلالة n ، $\text{PGCD}(p; q)$

1. n عدد طبيعي. نعتبر العددين الصحيحين α و β حيث:

$$\beta = n + 3 \quad \text{و} \quad \alpha = 2n^3 - 14n + 2$$

أ-بين أن : $\text{PGCD}(\alpha; \beta) = \text{PGCD}(\beta; 10)$

ب-ما هي القيم الممكنة للعدد $\text{PGCD}(\alpha; \beta)$.

ج-عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون :

$$\text{PGCD}(\alpha; \beta) = 5$$

2. أ- ادرس، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 11

ب-عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة التالية

$$\begin{cases} 4^{5n} + 4^n + n \equiv 0 [11] \\ n \equiv 2 [10] \end{cases}$$

1. أ-عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $2n + 27 \equiv 0 [n + 1]$

ب-عين الثنائيات (a; b) من الأعداد الطبيعية ، حيث :

$$(b - a)(a + b) = 24$$

ج- أستنتج طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$.

2. α و β عدنان طبيعيين مكتوبان في النظام ذي الأساس

خمس على الشكل $\alpha = 10141$ و $\beta = 3403$.

أ- اكتب العددين α و β فب النظام العشري.

ب-عين الثنائية (a; b) من \mathbb{N}^2 حيث : $\begin{cases} b^2 - a^2 = 24 \\ \alpha a - \beta b = 9 \end{cases}$

3. أ-القاسم المشترك الأكبر للعددين 2013 و 1434 ثم استنتج

القاسم المشترك الأكبر للعددين 671 و 478

ب- حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول (x; y) التالية :

$$2013x - 1434y = 27$$

نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول (x; y) التالية :

$$2011x - 1432y = 31 \dots (1)$$

1- أ-بين أن العدد 2011 أولي .

ب- باستعمال خوارزمية إقليدس ، عين حلا خاصا $(x_0; y_0)$

للمعادلة (1) ، ثم حل المعادلة (1).

2- أ-عين تبعا لقيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية

للعدد 2^n على 7 ، ثم جد باقي القسمة الإقليدية للعدد

$2011^{1432^{2012}}$ على 7.

ب-عين قيم العدد الطبيعي n والتي من أجلها يكون

$$2010^n + 2011^n + 1432^n \equiv 0 [7]$$

3- N عدد طبيعي يكتب $2\gamma\alpha\beta$ في نظام التعداد الذي أساسه

9 حيث : α ، β و γ بهذا الترتيب تشكل حدودا لمتتالية

حسابية متزايدة تماما و $(\beta; \gamma)$ حل للمعادلة (1).

عين α ، β و γ ثم أكتب N في النظام العشري.

(1) نعتبر المعادلة : $13x - 7y = -1 \dots (E)$

حيث x و y عدنان صحيحان . حل المعادلة (E).

(2) عين الأعداد الصحيحة النسبية a بحيث : $\begin{cases} a \equiv -1 [7] \\ a \equiv 0 [13] \end{cases}$

(3) أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 9^n على

كلا من 7 و 13

(4) ليكن العدد الطبيعي b المكتوب في نظام التعداد ذي الأساس

9 كمايلي: $\alpha 00\beta 086$ حيث α و β عدنان طبيعيين و $\alpha \neq 0$

عين α و β حتى يكون b قابلا للقسمة على 91.

1- برهن أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$ ، العدد $3^{3n} - 1$ يقبل القسمة على 13

2- أستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يقبل كل من

العددين $3^{3n+1} - 3$ و $3^{3n+2} - 9$ القسمة على 13.

3- عين ، حسب قيم n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 13

واستنتج باقي قسمة 2005^{2010} على 13.

4- نضع من أجل كل عدد طبيعي p : $A_p = 3^p + 3^{2p} + 3^{3p}$

أ-من أجل $p = 3n$ ، عين باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13

ب-برهن أنه من أجل $p = 3n + 1$ ، فإن A_p يقبل القسمة على 13

ج-عين باقي القسمة الإقليدية لـ A_p على 13 من أجل $p = 3n + 2$

5- يكتب العدنان a و b في نظام العد ذي الأساس 3 كمايلي:

$$a = 1001001000 \quad \text{و} \quad b = 1000100010000$$

بكالوريات شعبتي الرياضيات و العلوم دقيقة (نظام قديم)

دورة 1997 (علوم دقيقة)

- (1) جد القاسم المشترك الأكبر للأعداد: 2490، 32785 و 2905
- (2) حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة $7x + 6y = 79$ (لاحظ $72+7=79$)
- (3) اشترى نادي كرة يد ملابس رياضية للاعبه ، إذا علمنا أن ثمن بذلة اللاعب هو 2905 دج و ثمن بذلة اللاعب هو 2490 دج و علمنا ان النادي دفع في المجموع 32785 دج ما هو عدد اللاعبين واللاعبات؟

$$PGCD(x; y) = 19 \text{ و } x + 7y = 1995$$

دورة 1996 (علوم دقيقة)

- a و b و c أعداد طبيعية حيث : $1 \leq a \leq b \leq c$.
- عيّن a ، b و c والجداء abc علما أن في النظام ذي الأساس a يكون $b + c = 46$ و $bc = 555$.

دورة 1997 (علوم دقيقة)

- (1) عين القاسم المشترك الأكبر للإعداد 1497 ، 1996 و 2994
- (2) لتكن المعادلة (1) $1996x - 1497y = 3994$. حيث x و y عدنان صحيحان .
- أثبت أن x مضاعف للعدد 3 و y مضاعف للعدد 2 ، ثم عين حلول المعادلة (1) .
- عين الحلول (x; y) للمادلة (1) بحيث يكون: $x \cdot y = 1950$.

دورة 1992 (علوم دقيقة)

- (1) أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 1885 و 580
- (2) α عدد صحيح . نعتبر المعادلة (1) $1885x - 580y = \alpha$.
- أوجد الشرط اللازم والكافي الذي يحققه α حتى تقبل المعادلة (1) حولا في \mathbb{Z}^2 .
- (3) نفرض فيمايلي أن : $\alpha = 1305$.
- حل المعادلة (1) .
- أوجد الحلول (x; y) بحيث يكون x قاسما للعدد y .

دورة 1992 (علوم دقيقة)

- (1) حل في المجموعة \mathbb{Z}^2 المعادلة $18x + 4y = 84$.
- ماهي الحلول (x; y) لهذه المعادلة التي تحقق $x \cdot y > 0$.
- (2) n عدد طبيعي يكتب $30\alpha\beta\gamma$ في النظام ذي الأساس 5 ويكتب $55\alpha\beta$ في النظام ذي الأساس 7 .
- عيّن الأعداد الطبيعية α ، β و γ ثم اكتب n في النظام العشري

دورة 1990 (علوم دقيقة)

- نعتبر في المجموعة \mathbb{Z}^2 المعادلة (1) $5x - 6y = 3$.
- (1) أثبت أنه إذا كان (x; y) حلا للمعادلة (1) فإن x مضاعف لـ 3 . ثم استنتج حلا خاصا للمعادلة (1) .
- (2) حل المعادلة (1) ثم استنتج حلول الجملة التالية $\begin{cases} x \equiv -1[6] \\ x \equiv -4[5] \end{cases}$
- (3) من بين الثنائيات (x; y) من \mathbb{Z}^2 التي هي حلول للمعادلة (1) ما هي الثنائيات (x; y) التي تحقق $(x^2 - y^2) < 56$.

أتحقق أن a و b يكتبان على الشكل A_p في النظام العشري ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من a و b على 13 .

دورة 2010 (الموضوع 2)

- 1- نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة: (1) $7x + 65y = 2009$.
- أ- بين أنه إذا كانت الثنائية (x; y) حلا للمعادلة (1) فإن y مضاعف للعدد 7 .
- ب- حل المعادلة (1) .

2- أدرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 9 .

3- عيّن قيم العدد الطبيعي n ، بحيث يقبل العدد

$$2^{6n} + 3n + 2$$

4- نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2^{6n} - 1$.

أ) تحقق أن u_n يقبل القسمة على 9 .

ب) حل المعادلة : (2) $(7u_1)x + (u_2)y = 126567$.

ذات المجهول (x; y) حيث x و y عدنان صحيحان .

ج) عيّن الثنائية $(x_0; y_0)$ حل المعادلة (2) حيث x_0 و y_0

عدنان صحيحان و $y_0 \geq 25$.

دورة 2009 (الموضوع 1)

- x عدد طبيعي أكبر تماما من 1 و y عدد طبيعي . عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الأساس x بالشكل: $A = 5566$
- 1- أنشر العبارة $(5x^2 + 6)(x + 1)$ ثم أوجد علاقة تربط بين x و y إذ علمت أن: $A = (5x^2 + 6)(2 + 2y)$.
- ب- أحسب x و y إذ علمت أن x أولي و أصغر من 12 ، ثم أكتب تبعا لذلك العدد A في نظام التعداد العشري .
- 2- أ- عين الأعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم العدد 584 .
- ب- عين الأعداد الطبيعية a و b حيث $a > b$ التي تحقق:

$$\begin{cases} a + b = 32 \\ a^2 + b^2 = 584 \end{cases}$$

دورة 2009 (الموضوع 2)

نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث:

$$3x - 21y = 78 \dots (E)$$

- 1- أ- بين أن المعادلة (E) تقبل حولا في \mathbb{Z}^2 .
- ب) أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x; y) من \mathbb{Z}^2 حلا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 5[7]$. استنتج حلول المعادلة (E) .

2- أ- أدرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .

ب- عيّن الثنائيات (x; y) من \mathbb{Z}^2 حلول المعادلة (E) وتحقق

$$5^x + 5^y \equiv 3[7]$$

دورة 1996 (علوم دقيقة)

1. ناقش تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 5^n على 13.
2. استنتج أنه مهما كان العدد الطبيعي n فإن:
$$18^{4n} + 31^{4n+1} + 57^{4n+3} - 1 \equiv 0 [13]$$

عين العدد الطبيعي n بحيث:
$$\begin{cases} 18^{4n} + 31^{4n+1} + 2n \equiv 0 [13] \\ 10 \leq n < 40 \end{cases}$$

دورة 1989 (رياضيات)

- 1- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7.
2- عين العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد
$$19^{6n+3} - 5^{6n+4} + 4n^2 + 1$$

قابلا القسمة على 7.
3- a عدد طبيعي يكتب $0xx1$ في نظام تعداد أساسه 5.
عين العدد الطبيعي x حتى يكون a قابلا القسمة على 35

دورة 2004 (علوم دقيقة)

- n عدد طبيعي حيث $n > 2$. نعتبر الأعداد الطبيعية:
 $a = 2n + 1$ ، $b = 4n + 3$ ، $c = 2n + 3$
(1) أثبت أن العددين a و b أوليان فيما بينهما و استنتج أن
الأعداد a ، b ، c أولية فيما بينها.
(2) عين تبعا لقيم n قيمة القاسم المشترك الأكبر للعددين b و c
عين قيمة n بحيث يكون:

$$\text{PGCD } b, c = 3 \text{ و } \text{PPCM } b, c = 1305$$

- (3) اكتب b^2 في نظام أساسه a .
(4) نفرض أن a, b, c هي إحداثيات النقطة ω من الفضاء
المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$
- بين أن النقطة ω تنتمي إلى مستقيم (Δ) يطلب تعيينه.
جد معادلة للمستوي (π) الذي يشمل المبدأ O و يحتوي على
المستقيم (Δ) .

دورة 2003 (علوم دقيقة)

- (1) α ، β عدنان طبيعيان أوليان فيما بينهما .
- عين α ، β حيث : $\alpha(\alpha^2 - 19) = 35\beta$ و $\alpha > \beta$
(2) لتكن u_n متتالية هندسية حده الأول u_0 و أساسها r
حيث u_0 و r عدنان طبيعيان أوليان فيما بينهما و $u_0 < r$
(أ) اوجد u_0 و r حتى يكون : $35u_0^2 + 19u_1 - u_0r^3 = 0$
(ب) نضع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
اوجد الأعداد الطبيعية n حتى يقبل S_n القسمة على 30

دورة 1984 (رياضيات)

- لتكن في \mathbb{Z}^2 المعادلة (1) $11x + 32y = 1984$
1- أثبت أن من أجل كل زوج $(x; y)$ حلول المعادلة (1) فإن
 x يقبل القسمة على 32 ، ثم استنتج حلول المعادلة (1).
2- حدد الأزواج $(x; y)$ حلول المعادلة (1) حيث : $-37 < y < 7$
3- أكتب الأزواج التي حصلت عليها ، في السؤال السابق في
النظام العددي الذي أساسه 9 .

الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي larbibelabidi@gmail.com

- (1) x و y عدنان طبيعيان أوليان فيما بينهما .
أثبت أن العددين $(x + y)$ ، xy أوليان فيما بينهما.
(2) α ، β عدنان طبيعيان أوليان فيما بينهما .
عين α ، β حتى يكون : $15\alpha^2 - 229\alpha = 30\beta$
(3) x و y عدنان طبيعيان أوليان فيما بينهما . عين مجموعة
الثنائيات $(x; y)$ التي تحقق : $15(x^2 + y^2) = 229(x + y)$

دورة 2000 (علوم دقيقة)

- (1) حل في المجموعة \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول $(x'; y')$:
 $9x' - 14y' = 13$ علماً أن $(3, 1)$ حلا لها .
(2) نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول $(x; y)$:
 $45x - 28y = 130$

- أبين أنه إذا كان $(x; y)$ حلا لهذه المعادلة فإن x مضاعف
للعدد 2 و y مضاعف للعدد 5 ، ثم حل هذه المعادلة .
(3) N عدد طبيعي يكتب $2\alpha\alpha3$ في نظام تعداد أساسه 9
و $5\beta\beta6$ في نظام تعداد أساسه 7 .
عين α و β ثم أكتب N في النظام العشري

دورة 2005 (علوم دقيقة)

- α و β عدنان حيث : $\alpha = n^2 + n$ و $\beta = n + 2$ حيث $n \in \mathbb{N}$
(أ) برهن أن : $\text{PGCD}(\alpha; \beta) = \text{PGCD}(\beta; n)$
(ب) استنتج القيم الممكنة للعدد $\text{PGCD}(\alpha; \beta)$
(2) a و b عدنان طبيعيان يكتبان في نظام التعداد ذي الأساس
 n كما يلي : $a = 3520$ و $b = 384$
(أ) برهن أن العدد $3n + 2$ هو قاسم مشترك للعددين a و b
(ب) استنتج تبعا لقيم n أن :

- $\text{PGCD}(a; b) = 3n + 2$ أو $\text{PGCD}(a; b) = 2(3n + 2)$
(ج) عين α و β إذا علمت أن : $\text{PGCD}(a; b) = 41$

دورة 2007 (علوم دقيقة)

- لتكن في \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول $(x; y)$:
$$43x - 13y = \lambda \dots (*)$$

حيث λ عدد صحيح .
(1) تحقق من أن : $(-3\lambda; -10\lambda)$ حل للمعادلة (*).
حل في \mathbb{Z}^2 هذه المعادلة .
(2) N عدد طبيعي يكتب $\alpha\beta\alpha\beta\alpha$ في نظام تعداد أساسه 6
و $\beta 0\gamma\gamma\gamma$ في نظام تعداد أساسه 5 .

- بين أن α ، β و γ تحقق : $43\alpha - 13\beta = \gamma$
عين α و β و γ ثم أكتب N في النظام العشري

دورة 1981 (رياضيات)

1. n عدد طبيعي ، أثبت أن بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n
على 13 تشكل متتالية دورية . حدد تبعا لقيم n هذا الباقي
ما هو باقي قسمة العدد 1981^{1401} على 13.
2. أثبت أن من أجل كل عدد طبيعي k يكون العدد:
$$10 - 3.5^{4k+1} + 5.25^{2k+1}$$
 يقبل القسمة على 13