الـدالـة الآسيـة

المعادلات الـتفـاضلية :

I. المعـادلـة الـتفـاضـلية من الـشكـل :

$$\boxed{(y'-ay=0)\ \ y'=ay}$$

حلول المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى من الشكل $y'=ay$ هي مجموعة الدوال المعرفة كما يلي $f_c(x)=ce^{ax}$ بحيث c حيث عدد حقيق ثابت

مبرهنة : من اجل كل ثنائية (x_0,y_0) المعادلة تقبل حلا وحيد يحقق $f_c(x_0)=y_0$

تمرين 01: نعتبر المعادلة التفاضلية

$$y'-2y=0$$

1- عين مجموعة حلول المعادلة.
2- عين الحل الذي يأخذ القيمة 5 من اجل 0.

تمرين 02: نعتبر المعادلة التفاضلية

$$y'+2y=0$$

1- عين مجموعة حلول المعادلة.
2- عين الحل الذي يأخذ القيمة 1 من اجل 1.

تمرين 03: نعتبر المعادلة التفاضلية

$$5y'-2y=0$$

1- عين مجموعة حلول المعادلة.
2- عين الحل الذي يأخذ القيمة 1 من اجل 0.

II. المعادلة التفاضلية من الشكل :

$$\boxed{(y'-ay=b)\ \ y'=ay+b}$$

حلول المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى من الشكل $y'=ay+b$ هي مجموعة الدوال المعرفة كما يلي $f_c(x)=ce^{ax}-\frac{b}{a}$ بحيث c حيث عدد حقيق ثابت

تمرين 04 : نعتبر المعادلة التفاضلية

$$y'+3y=5$$

1- عين مجموعة حلول المعادلة.
2- عين الحل الذي يأخذ القيمة 1 من اجل 0.

تمرين 05: نعتبر المعادلة التفاضلية

$$y'-2y=1$$

1- عين مجموعة حلول المعادلة.
2- عين الحل الذي يأخذ القيمة 6 من اجل 0.

تمرين 06: نعتبر المعادلة التفاضلية

$$2y'+3y=4$$

1- عين مجموعة حلول المعادلة.

-2 عين الحل بحيث $f(2)=-\frac{8}{3}$

تمرين 07: نعتبر المعادلة التفاضلية

$$y'-2y=2x+1.....(1)$$

-1 اوجد f دالة تألفية تكون حلا للمعادلة التفاضلية (1)

-2 بوضع $y=z+f$ ، بين أنه إذا كان y حل للمعادلة التفاضلية (1) فإن z حل للمعادلة التفاضلية $z'-2z=0.....(2)$.

-3 حل عندئذ المعادلة التفاضلية (2) ثم استنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية (2) .

تمرين 08: نعتبر المعادلة التفاضلية

$$2y'+3y=x^2+1.....(1)$$

-1 اوجد f كثير حدود من الدرجة ثانية تكون حلا للمعادلة التفاضلية (1)

-2 عين مجموعة حلول المعادلة (2)........... $2y'+3y=0$.

-3 بين أن الدالة $g-f$ تكون حلا للمعادلة التفاضلية (2) إذا و فقط إذا كانت g حل للمعادلة التفاضلية (1) .

-4 استنتج جميع حلول للمعادلة التفاضلية (1) .

-5 عين الحل الذي ينعدم من اجل 0.

مسائلة 07: الجزء الأول: نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $y'-2y=xe^x.....(1)$

1) حل المعادلة التفاضلية التالية : $y'-2y=0.....(2)$ حيث y دالة قابلة للاشتقاق على ℝ .

1) ليكن a و b عددين حقيقيين و h الدالة المعرفة على ℝ : $h(x)=(ax+b)e^x$

أ) حدد a و b حتى يكون h حلا للمعادلة (1).

ب) برهن أن الدالة k تكون حلا للمعادلة (2) إذا كان $h+k$ حلا للمعادلة (1) .

ت) استنتج مجموعة حلول المعادلة (1).

ث) حدد الحل للمعادلة (1) و الذي ينعدم عند القيمة 0.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة g المعرفة على ℝ بالعلاقة : $g(x)=2e^x-x-2$

-ادرس تغيرات الدالة g .ثم شكل جدول تغيراتها.

أ) بـيـن أن الـمـعـادلـة $g(x)=0$ تـقـبـل حلا وحـيـدا α فـي الـمـجـال $]-1,6;-1,5[$ ثـم استـنـتـج إشارة $g(x)$ عـلـى □ .

الـجـزء الـثـالـث : لـتـكـن الـدالـة f الـمـعـرفـة عـلـى □ بـالـعـلاقـة : $f(x)=e^{2x}-(x+1)e^{x}$

(C_f) هـو الـمـنـحـنـى الـبـيـانـي لـلـدالـة فـي الـمـسـتـوي الـمـنـسـب إلـى مـعـلـم مـتـعـامـد و مـتـجـانـس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) اثـبـت انـه مـن اجـل كـل x مـن $\Re$ فـان : $f'(x)=e^{x}g(x)$ اسـتـنـتـج اتـجـاه تـغـيـرات الـدالـة f عـلـى $\Re$.

2) بـيـن أن $f(\alpha)=-\dfrac{\alpha^{2}+2\alpha}{4}$ ثـم أعـط حـصـرا لـــــــ: $f(\alpha)$

3) احـسـب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثـم أعـطـي تـفـسـيـر هـنـدسـي لـلـنـتـيـجـة.

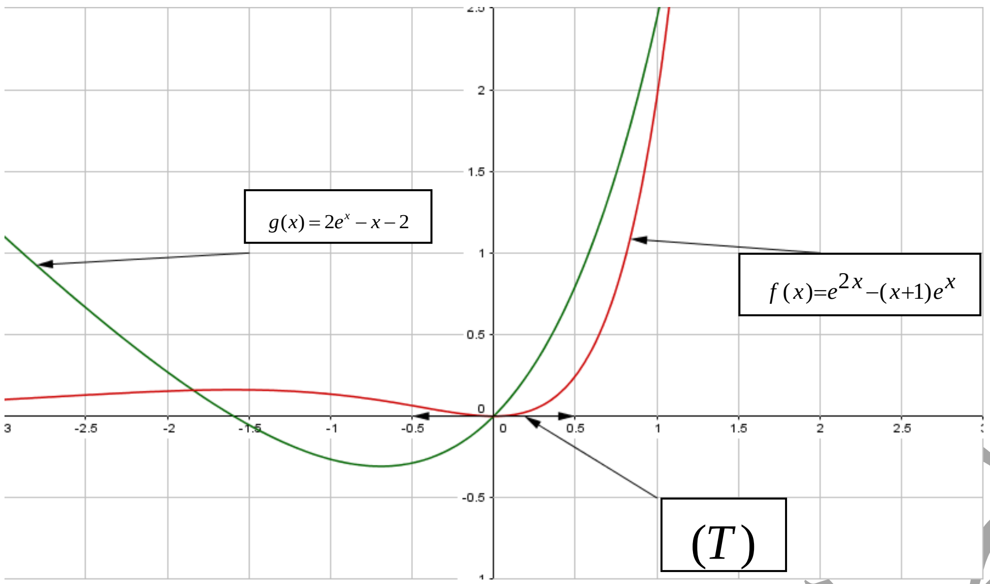
4) بـيـن أن $f(x)=e^{2x}\left(1-\dfrac{x}{e^{x}}-\dfrac{1}{e^{x}}\right)$ ثـم احـسـب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

5) شكل جدول الـتـغـيـرات .

6) عين مـعـادلـة الـمـمـاس (T) عـنـد الـنـقـطـة ذات الـفـاصـلـة 0

7) أنـشـئ فـي الـمـعـلـم الـسـابـق $(C_f);(T)$.

8) نـاقـش بـيـانـيـا تـبـعـا لـقـيـم الـوسـيـط الـحـقـيـق m عـدد و إشـارة حـلـول الـمـعـادلـة ذات الـمـجـهـول الـحـقـيـقـي x : $e^{x}-me^{-x}=x+1$.



الـمـسـألـة 08 : نعتبر الدالة f المعرفة على □ بالعلاقة : $f(x)=(ax+b)e^{x}+1$

(C_f) هو المنحنى البياني للدالة في المستوي المنسب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) عين العددين a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ من المنحى (C_f) ومعامل توجيه المماس لـ (C_f) عند **B** هو $(-e)$.

2) نعتبر الدالة g المعرفة بالعلاقة: $g(x)=-(x+1)e^{x}+1$ على المجال □ ، و ليكن (C_g) في معلم السابق .

أ) أحسب نهايتي الدالة عند حدود مجال تعريفها.فسير النتيجة هندسيا.(نذكر ان $\lim\limits_{x\to-\infty} ue^{u}=0$)

ب) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

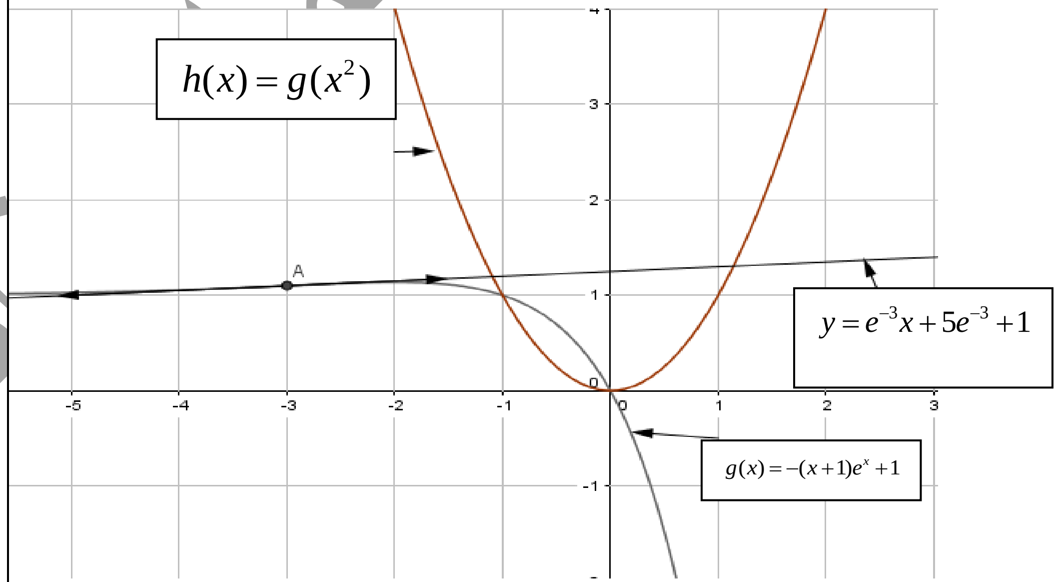
ت) بين ان المنحنى البياني (C_g) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيينها.

ث) اكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة ω ثم انشئ المنحنى (C_g) .

3) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $h(x)=g(x^2)$

ج) احسب الدالة المشتقة $h'(x)$

ح) عين جدول تغيرات الدالة h و شكل جدول تغيراتها



المسألة 09:

نعتبر الدالة f المعرفة بالعلاقة للمتغير الحقيقي :
$f(x)=e^{2x}-2e^{x}+1$

1) عين مجموعة تعريف للدالة f .

2) أحسب نهايتي الدالة عند $+\infty$ و $-\infty$. فسير النتيجة هندسيا .

3) ادرس اتجاه تغيرات الدالة و شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محاورا الإحداثيات.

5) اثبت ان المنحنى البياني (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها .

6) احسب $f(1)$ و $f(-1)$. ثم ارسم (C_f) في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

7) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $g(x)=-f(x)$. أنشئ المنحنى (C_g) اعتماد على (C_f) .