التمرين 1 : (bac S Polynésie juin 2014)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط :

$A\left(5;-5;2\right)$ ، $B\left(-1;1;0\right)$ ، $C\left(0;1;2\right)$ و $D\left(6;6;-1\right)$.

1) عيّن طبيعة المثلث BCD واحسب مساحته .

2) بيّن أن $\vec{n}\left(-2;3;1\right)$ شعاع ناظمي للمستوي $\left(BCD\right)$ ، ثم اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $\left(BCD\right)$.

3) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(D\right)$ الذي يشمل النقطة A وعمودي على المستوي $\left(BCD\right)$.

4) عيّن إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم $\left(D\right)$ والمستوي $\left(BCD\right)$.

5) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين 2 : (bac S Centres étrangers juin 2014)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط :

$A\left(1;2;7\right)$ ، $B\left(2;0;2\right)$ ، $C\left(3;1;3\right)$ ، $D\left(3;-6;1\right)$ و $E\left(4;-8;-4\right)$.

1) بيّن أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .

2) $\vec{u}\left(1;b;c\right)$ شعاعا من الفضاء حيث b و c عددان حقيقيان .

أ- عيّن b و c بحيث يكون $\vec{u}$ شعاعا ناظميا للمستوي $\left(ABC\right)$.

ب- استنتج أن : $x-2y+z-4=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$.

جـ- هل النقطة D تنتمي إلى المستوي $\left(ABC\right)$؟

3) نعتبر المستقيم $\left(\Delta\right)$ الذي تمثيل وسيطي له : $\begin{cases} x=2t+3 \\ y=-4t+5 \\ z=2t-1 \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$

أ- هل المستقيم $\left(\Delta\right)$ عمودي على المستوي $\left(ABC\right)$؟

ب- عيّن إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع المستقيم $\left(\Delta\right)$ و المستوي $\left(ABC\right)$.

4) ادرس وضعية المستقيم $\left(DE\right)$ بالنسبة إلى المستوي $\left(ABC\right)$.

التمرين 3 : (bac S Liban mai 2014)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط :

$A\left(1;1;0\right)$ ، $B\left(3;0;-1\right)$ و $C\left(7;1;-2\right)$

المستوي $\left(P\right)$ المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x-y+3z+1=0$

المستقيم $\left(\Delta\right)$ المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=2t \\ y=t+1 \\ z=t-2 \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$

المطلوب : أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية :

1) تمثيل وسيطي للمستقيم $\left(AB\right)$ هو : $\begin{cases} x=-2t+5 \\ y=t-1 \\ z=t-2 \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$

2) المستقيمان $\left(\Delta\right)$ و $\left(AB\right)$ متعامدان .

3) المستقيمان $\left(\Delta\right)$ و $\left(AB\right)$ يقعان في نفس المستوي .

4) المستقيم $\left(\Delta\right)$ يقطع المستوي $\left(P\right)$ في نقطة E إحداثياتها $\left(8;-3;-4\right)$.

5) المستويان $\left(P\right)$ و $\left(ABC\right)$ متوازيان .

التمرين 4 : (bac S Asie juin 2014)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط :
$A\left(1;-1;-1\right)$ ، $B\left(1;1;1\right)$ ، $C\left(7;3;1\right)$ والمستوي $\left(P\right)$ الذي معادلة له : $2x+y-z+5=0$.
عيّن مع التبرير الجواب الصحيح الوحيد من بين الأجوبة الأربعة المقترحة في كل حالة من الحالات الآتية :

1) ليكن $\left(D_1\right)$ المستقيم الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}\left(2;-1;1\right)$ شعاع توجيه له .
تمثيل وسيطي للمستقيم $\left(D_1\right)$ هو :

أ) $\begin{cases} x=t+2 \\ y=-t-1 \\ z=-t+1 \end{cases} \quad \left(t\in\mathbb{R}\right)$ ب) $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=-t+1 \\ z=t+1 \end{cases} \quad \left(t\in\mathbb{R}\right)$

جـ) $\begin{cases} x=4t+5 \\ y=-2t-3 \\ z=2t+1 \end{cases} \quad \left(t\in\mathbb{R}\right)$ د) $\begin{cases} x=-2t+4 \\ y=t-2 \\ z=-4t+3 \end{cases} \quad \left(t\in\mathbb{R}\right)$

2) ليكن $\left(D_2\right)$ المستقيم الذي تمثيل وسيطي له : $\begin{cases} x=t+1 \\ y=-t-3 \\ z=-t+2 \end{cases} \quad \left(t\in\mathbb{R}\right)$

أ) المستقيم $\left(D_2\right)$ والمستوي $\left(P\right)$ لا يتقاطعان . ب) المستقيم $\left(D_2\right)$ محتوى في المستوي $\left(P\right)$.

جـ) المستقيم $\left(D_2\right)$ والمستوي $\left(P\right)$ يتقاطعان في النقطة $E\left(\frac{1}{3};-\frac{7}{3};\frac{10}{3}\right)$.

د) المستقيم $\left(D_2\right)$ والمستوي $\left(P\right)$ يتقاطعان في النقطة $F\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};\frac{22}{3}\right)$.

3) أ) يتقاطع المستويان $\left(P\right)$ و $\left(ABC\right)$ في نقطة . ب) المستويان $\left(P\right)$ و $\left(ABC\right)$ متطابقان .
جـ) يتقاطع المستويان $\left(P\right)$ و $\left(ABC\right)$ وفق مستقيم . د) المستويان $\left(P\right)$ و $\left(ABC\right)$ متوازيان تماما .

التمرين 5 : (Bac S Liban 31 mai 2011)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقط :
$A\left(1;2;-1\right)$ ، $B\left(-3;-2;3\right)$ و $C\left(0;-2;-3\right)$.

1) أ- بيّن أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .
ب- بيّن أن الشعاع $\vec{n}\left(2;-1;1\right)$ هو شعاع ناظمي للمستوي $\left(ABC\right)$.

2) ليكن $\left(p\right)$ المستوي المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x+y-z+2=0$.
بيّن أن المستويين $\left(p\right)$ و $\left(ABC\right)$ متعامدان .

3) نسمي G مرجح الجملة المثقلة $\left\{\left(A;1\right),\left(B;-1\right),\left(C;2\right)\right\}$
أ- بيّن أن إحداثيات النقطة G هي $\left(2;0;-5\right)$.
ب- أثبت أن المستقيم $\left(CG\right)$ عمودي على المستوي $\left(p\right)$.
جـ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(CG\right)$.
د- عيّن إحداثيات H نقطة تقاطع المستوي $\left(p\right)$ مع المستقيم $\left(CG\right)$.

4) بيّن أن المجموعة $\left(S\right)$ للنقط M من الفضاء بحيث : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=12$ هي سطح كرة يطلب تعيين عناصرها المميزة .

5) بيّن أن المستوي $\left(p\right)$ وسطح الكرة $\left(S\right)$ يتقاطعان وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .