1) التحليل التوفيقي

العاملي : $n!=1\times2\times3\times4\times....\times n$

2) القائمة :	n^p
3) التبديلة:	$n!$
4) الترتيبات :	$A_n^p=\dfrac{n!}{(n-p)!}$
5) التوفيقات:	$C_n^p=\dfrac{n!}{p!(n-p)!}$

خوص:

$C_n^1=n$	$C_n^0=C_n^n=1$
$C_{n+1}^n=n+1$	$0!=1!=1$

السحب :

	عدد السحب الممكن	الترتيب	التكرار
السحب في ان واحد :	$C_n^p=\dfrac{n!}{p!(n-p)!}$	غير مهم	غير ممكن
السحب على التوالي بدون إرجاع :	$A_n^p=\dfrac{n!}{(n-p)!}$	مهم	مهم
السحب على التوالي بالإرجاع :	n^p	مهم	غير مهم

2) الاحتمالات

1) مصطلحات :

تجربة عشوائية	**كل تجربة تقبل أكثر من نتيجة**
مجموعة شاملة Ω	**هي مجموعة الإمكانيات الممكنة لتجربة عشوائية**
حدث A	**A جزءا من المجموعة الشاملة Ω**
حدث ابتدائي	**حدث تتضمن عنصر واحد من Ω**
الحدث $A\cap B$ تتحقق	**إذا تحقق الحدثان B و A في أن واحد**
الحدث $A\cup B$ تتحقق	**إذا تحقق الحدثان B او A أو مع بعض**
الحدث المعاكسة ل A	**هي الحدث $\overline{A}$ بحيث ($A\cap\overline{A}=\varnothing$ و $A\cup\overline{A}=\Omega$)**
A و B حدثان غير متجانسة	$A\cap B=\varnothing$

2) نتائج عملية معينة :

جميع النتائج الممكنة في تجريبه عشوائية معينة ، هي مجموع الإمكانيات أو تدعا أيضا المجموعة الشاملة نرمز له برمز : $\Omega=\{x_1;x_2;x_3;.....;x_n\}$**،العناصر تدعا** $x_1;x_2;x_3;.....;x_n$ **حوادث ، العنصر** x_i **حادثة أولية . العنصر** $\varnothing$ **حادثة مستحيل ، العنصر** Ω **حادثة أكيدة . الحاديثة** $\overline{A}$ **هي الحادثة المعاكسة للحادثة** A **.**

3) الفضاءات الاحتمالية :

لتكن Ω **مجموعة منتهية ، نسمي احتمالا على** Ω **كل دالة معرفة على مجموعة اجزاء المجموعة** Ω **والتي تأخذ قيمها في المجال** $[0;1]$ **و تحقق الشرطين التاليين**

أ. $p(\Omega)=1$

ب. إدا كان $A\cap B=\varnothing$ **فإن** $p(A\cup B)=p(A)+p(B)$

4) خواص :

1) $p(\varnothing)=0$ **2)** $0\le p(A)\le1$ **3) إذا** $A\subset B$ **كان** $p(A)\le p(B)$

4) $p(\overline{A})=1-p(A)$

5)مهما كان الحدثان A **و** B **من :** $(pA\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$

6) $p(\overline{A\cup B})=p(\overline{A}\cap\overline{B})$

السيد غماري فاضل برج منايل

7)إدا كانت جميع الأحداث الابتدائية متساوية الاحتمال في تجربة عشوائية على Ω فانه لكل حادث A من Ω فإن: $P(A)=\frac{card(A)}{card(\Omega)}$

8)لتكن A و B حادثين مرتبطين بنفس التجربة العشوائية بحيث $P(A)\neq 0$ ، الاحتمال الشرطي لوقع الحادثة B علما ان الحادث A قد وقع هو العدد الحقيقي الموجب :

$$P_A(B)=P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

قانون احتمال متغير عشوائي :

ليكن X متغيرا عشوائيا على Ω كون (مجموعة)إمكانيات تجربي عشوائية .

لتحديد قانون احتمال المتغير العشوائي X نتبع المرحلتين التاليتين :

ت. تحديد $X(\Omega)=\{x_1;x_2;x_3;.....;x_n\}$: مجموعة القيم التي يأخذها المتغير X

ث. نحسب الاحتمال $(X=x_i)$ لكل من المجموعة .

الأمل الرياضي ، التباين ، الانحرف المعياري

X متغيرا عشوائيا على Ω و P احتمال على Ω

x_i	x_1	x_2	x_3	.....	x_n
$P(X=x_i)$	P_1	P_2	P_3		P_n

الامل الرياضي	$E(X)=\left(x_1P_1+x_2P_2+x_3P_3+.....+x_nP_n\right)$
التباين	$V(X)=\sum_{i=1}^{n}(x_i^2P_i)-\left(E(X)\right)^2$
الانحراف	$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$

تمرين 01:

ما هو عدد الكلمات المكونة من 4 أحرف (لا يهم أن تكن ذات معنى) التي يمكن تشكيلها من بالأحرف التالية : { ا ، ب، ج ، د، ه ، ر ، س ، ش }. بحيث :

α) الكلمة تبدأ بحرف السين ؟

β) تبدأ الكلمة بحرف السين أو حرف الباء ؟

γ) لا يوجد تكرار في العرف ؟

حل مختصر :

$R_\alpha=1\times8\times8\times8=512\ /\ R_\beta=1\times8\times8\times8+1\times8\times8\times8=262144/\ R_\gamma=8\times7\times6\times5=1680$

تمرين 02:

ما هو عدد أرقام الهاتف التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام التالية : { 0؛1؛2؛3؛4؛5؛6؛7؛8؛9 }.

في الحالات التالية :

α) رقم الهاتف متكون من عشرة أرقام ؟

β) رقم الهاتف متكون من عشرة أرقام مختلفة مثنى مثنى ؟

γ) رقم الهاتف متكون من عشرة أرقام متشابهة ؟

حل مختصر :

$$R_\alpha=10^{10}\ /\ R_\beta=10!/\ R_\gamma=10$$

الأستاذ : عماني فاضل برج مغاير

تمرين 03:

مركز أبحاث يراد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء مختارين من بين 6 باحثين و 4 باحثات .

1) **ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلها ؟**
2) **ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلها في الحالات التالية.**
   a. **الأعضاء الأربعة المختارين باحثات.**
   b. **من بين الأعضاء المختارين توجد باحثة واحدة فقط.**
   c. **من بين الأعضاء المختارين توجد على الأقل باحثة .**
   d. **من بين الأعضاء المختارين توجد على الأكثر باحثان.**
3) **ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلها إذا كانت هطه اللجنة تضم رئسا ونائبا و كاتبين.**

حل مختصر :

$$1)\ R_1=C_{10}^4=210\ /2)\ R_{2a}=C_4^4=1/\ R_{2b}=C_4^1\times C_6^3=80/\ R_{2c}=195/$$
$$R_{2d}=C_4^4+C_4^3\times C_6^1+C_4^2\times C_6^2=115/\ 3)\ R_3=A_{10}^4=\frac{10!}{(10-4)!}=5040$$

تمرين 04:

يحتوي كيس على 10قرايصات مرقمة من 1 إلى 10 . نسحب من الكيس 3 قريصات في أن واحد. (السحبات متساوية الاحتمال).

1) **أحسب عدد الحالات السحاب الممكنة.**
2) **أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقمها زوجية .**
3) **أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقمها أعدد أولية.**
4) **أحسب احتمال سحب 3 قريصات رقم كل واحد منهما عدد غير اولي .**
5) **أحسب احتمال سحب 3 قريصات رقم إحداها على ألأقل رقم أوالى.**

حل مختصر :

$$1)C_{10}^3=120\ /2)P_2=\frac{C_5^3}{120}=\frac{10}{120}\ /3)P_3=\frac{C_4^3}{120}=\frac{4}{120}/4)\ P_4=1-P_3=1-\frac{4}{120}\ /5)\ P_5=\frac{C_4^1\times C_6^2+C_4^2\times C_6^1+C_4^3\times C_6^0}{120}=\frac{100}{120}$$

تمرين 05:

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة لا نفرق بينهما عند اللمس ،3حمراء ،3خضراء ، 4 بيضاء.

I. **نسحب من الكيس ثلاث كرات في أن واحد ،**
   1) **ما هو عدد السحب الممكنة ؟**
   2) **ما هو احتمال الحصول على :**

   α) **نفس اللون ؟**

   β) **متخالفة في الألوان مثنى مثنى ؟**

   γ) **كرة بيضاء على الأقل ؟**

II. **نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المسحوبة .**
   -1 **عين قانون الاحتمال المتغير العشوائي ؟**
   -2 **احسب الآمال الرياضي ؟**
   -3 **احسب التباين ؟**
   -4 **احسب الانعراف المعياري ؟**

حل مختصر :

$$R_{I1}=C_{10}^3=120\ /\ R_{I2\alpha}=\frac{C_3^3+C_3^3+C_4^3}{120}=\frac{6}{120}/\ R_{I2\beta}=\frac{C_3^1\times C_3^1\times C_4^1}{120}=\frac{36}{120}/\ \ R_{I2\gamma}=\frac{C_4^1\times C_6^2+C_4^2\times C_6^1+C_4^3\times C_6^0}{120}=\frac{100}{120}/$$

مجموعة القيم الممكنت للمتغير العشوائي:

$$X(\Omega)=\{0;1;2;3\}$$

قانون الاحتمال المتغير العشوائي

x_i	0	1	2	3

الأستاذ غماني فاضل برج منايل

$p(X=x_i)$	$\frac{C_4^0\times C_6^3}{120}=\frac{20}{120}$	$\frac{C_4^1\times C_6^2}{120}=\frac{60}{120}$	$\frac{C_4^2\times C_6^1}{120}=\frac{36}{120}$	$\frac{C_4^3\times C_6^0}{120}=\frac{4}{120}$

الآمال الرياضي :

$$E(X)=\left(0\times\frac{20}{120}+1\times\frac{60}{120}+2\times\frac{36}{120}+3\times\frac{4}{120}\right)=1,2$$

التباين

$$V(X)=0^2\times\frac{20}{120}+1^2\times\frac{60}{120}+2^2\times\frac{36}{120}+3^2\times\frac{4}{120}-(1,2)^2=2-1,44=0,56$$

الانعراف المعياري:

$$\sigma(X)=\frac{\sqrt{56}}{10}=0,74$$

تمرين 06:

لدينا خمس كرات سوداء مرقمة كما يلي :5،4،3،2،1 و اربع كرات بيضاء مرقمة كما يلي :9،8،7،6.

1) **نضع هذه الكرات في كيس واحد و نحب عشوائيا كراتين في أن واحد من هد الكيس .احسب احتمال سحب :**
   - **A. كرتين تحملان رقمين فرديين .**
   - **B. كراتين تحملان رقمين من مضاعفات 3**
   - **C. كراتين تحملان رقمين فرديين ومن مضاعفات 3**
2) **نسحب الآن كرتين تحملان رقمين فرديين .ما احتمال أنتحملا هاتين الكراتين رقمين من مضاعفات 3؟**
3) **نضع الآن الكرات السودة في كيس و الكرات البيضاء في كيس اخر .نسحب عشوائيا كرة من كل كيس. احسب احتمال أن يكون مجموع ترقيم الكراتين يساوى9.**

حل مختصر :

4) $\boxed{R_{1A}=\frac{10}{36}/\ R_{1B}=\frac{3}{36}/\ R_{1C}=\frac{1}{36}/\ R_2=\frac{1}{10}/\ R_3=\frac{3}{20}/}$

تمرين07 :

لتكن A و B حدثان بحيث $p(A)=0,3\ ;\ p(B)=0,8\ ;\ p(A\cap B)=0,2$.اختر الجواب الصحيح ممايلي

		a	b	c
1	$p(\overline{A})$	0,8	0,2	0,7
2	$p(\overline{B})$	0,5	0,2	0,7
3	$p(A\cup B)$	0,9	0,25	0,8
4	$p(\overline{A}\cap\overline{B})$	0,2	0,1	0,9
5	$p(A/B)=p_B(A)$	0,5	0,3	0,25
6	$p(B/A)=p_A(B)$	0,9	2/3	0,25
7	$p(\overline{A}/\overline{B})=p_{\overline{B}}(\overline{A})$	0,5	0,3	0,8
8	$p(\overline{B}/\overline{A})=p_{\overline{A}}(\overline{B})$	0,2	1/3	2/3

حل مختصر :

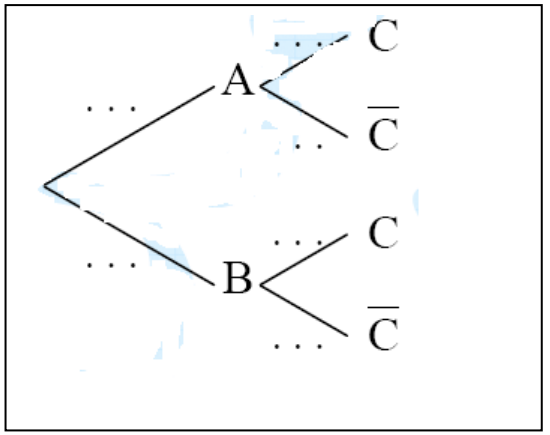
$\boxed{b6\ /\ a7\ /\ a3\ /\ c1\ /\ c5\ /\ b2\ /\ b8\ /\ b4}$

الأستاذ: غماتي فاضل برج منايل

07:

في ثانوية ما ، أخذنا عينة من 50 طالبا ، 60% من القسم أ و 40% من القسم ب. 10%من الذين اخترناهم من القسم أ يحافظون على صلاة الجماعة و 20% من الذين اخترناهم من القسم ب يحافظون على صلاة الجماعة. نختار عشوائيا طالبا واحدا .نسمي الحادثة A : الطالب من القسم أ. نسمي الحادثة B : الطالب من القسم ب. نسمي الحادثة C : الطالب يحافظ على صلاة الجماعة.

1) أنقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات التالي :



2) أنقل ثم أكمل الجدول التالي :

	C	$\overline{C}$	المجموع
B			
B			
المجموع			**50**

3) احسب احتمال أن يكون الطالب المختار من القسم أ و يصلي صلات الجماعة .

4) احسب احتمال أن يكون الطالب المختار من القسم ب و يصلي صلات الجماعة .

5) احسب احتمال أن يصلي الطالب صلات الجماعة .

6) إذا علمت ان الطالب المختار يصلي صلاة الجماعة فما احتمال أن يكون من القسم ب .

حل مختصر :

$0,57 / 0,14 / 0,08 / 0,06$

تمرين10

صندوق U_1 يحتوي على كرتين مرقمتين بالرقمين 1 و 2.
صندوق U_2 يحتوي على كرات مرقمة بـــ 1 ، 1 ، 2 و3.
نختار عشوائيا صندوقا ونسحب منه كرة واحدة.

1- أنشئ شجرة الاحتمالات.

2- احسب احتمال سحب كرة تحمل الرقم1.

3- احسب احتمال سحب كرة تحمل الرقم2.

4- إذا سحبنا كرة تحمل الرقم 2. ما احتمال أن تكون مـــن الصندوق U_2.

$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$

الأستاذ : عماتي فاضل برج منايل