ل ، ين ص 154 ، رقم 124 من الكتاب.

$z=\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}+i\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$ حيث العدد المركب

1/ أ/ أحسب z^2 ثم عين الطويلة وعدة العدد z^2.

2/ عين الطويلة وعد العدد z.

3/ أ/ استنتج أن $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

و $\sin\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

ل

$z^2=\left[\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}+i\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}\right]^2$

$=\left(\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}\right)^2+\left(\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}\right)^2$

$+2i\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}\times\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$

$=\frac{2-\sqrt{3}}{2}+\frac{2+\sqrt{3}}{2}+2i\sqrt{\frac{|2-\sqrt{3}|2}{4}}$

$=-\sqrt{3}+i$

$\boxed{z^2=-\sqrt{3}+i}$

$|z|^2=|-\sqrt{3}+i|=2$.

ليكن θ عد العدد المركب z^2 ومنه

$\sin\theta=\frac{1}{2}$ ، $\cos\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ومنه $\theta=\pi-\frac{\pi}{6}$

أي $\theta=\frac{5\pi}{6}$

تابع :

تعيين طويلة وعد للعدد z

$|z|^2=2$ ومنه $|z|=\sqrt{2}$.

$\arg(z^2)=\frac{5\pi}{6}$

ومنه $2\arg(z)=\frac{5\pi}{6}$

ومنه $\arg(z)=\frac{5\pi}{12}$

3) استنتاج أن $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

و $\sin\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

لدينا $z=\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}+i\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$ — ①

و $z=\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$ — ②

$=\sqrt{2}\cos\frac{5\pi}{12}+i\sqrt{2}\sin\frac{5\pi}{12}$ — ③

من ① ، ② بالمقارنة نجد :

$\sqrt{2}\cos\frac{5\pi}{12}=\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}$

$\sqrt{2}\sin\frac{5\pi}{12}=\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$

ومنه $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

و $\sin\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

انتهى الموضوع

الأستاذ : أشرف 99

ل ان ص 154 ، ثم 124 من الكتاب.

$z = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} + i\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$ حيث العدد المركب

1/ أ/ اكتب z^2 ثم عين الطويلة وعدة العدد z^2.

2/ عين الطويلة وعدة العدد z.

3/ استنتج أن $\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

و $\sin\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

ب/ $z^2 = \left[\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} + i\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}\right]^2$

$= \left(\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}\right)^2$

$+ 2i\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} \times \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$

$= \frac{2-\sqrt{3}}{2} + \frac{2+\sqrt{3}}{2} + 2i\sqrt{\frac{|2-\sqrt{3}|2}{4}}$

$= -\sqrt{3} + i$

$\boxed{z^2 = -\sqrt{3} + i}$

$|z|^2 = |-\sqrt{3}+i| = 2$.

ليكن θ عدة العدد المركب z^2 ومنه

$\sin\theta = \frac{1}{2}$ ، $\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

ومنه $\theta = \pi - \frac{\pi}{6}$

أي $\theta = \frac{5\pi}{6}$

تابع :

تعيين طويلة وعدة العدد z

$|z|^2 = 2$ ومنه $|z| = \sqrt{2}$.

$\arg(z^2) = \frac{5\pi}{6}$

ومنه $2\arg(z) = \frac{5\pi}{6}$

ومنه $\arg(z) = \frac{5\pi}{12}$

③ استنتاج أن $\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

و $\sin\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

لدينا $z = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} + i\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$ — ①

و $z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$ — ②

$= \sqrt{2}\cos\frac{5\pi}{12} + i\sqrt{2}\sin\frac{5\pi}{12}$ — ③

من ① و ② بالمقارنة نجد :

$\sqrt{2}\cos\frac{5\pi}{12} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}$

$\sqrt{2}\sin\frac{5\pi}{12} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$

ومنه $\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

و $\sin\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

انتهى بالتوفيق

الأستاذ : المرزوقي 99