BAC BL 2015

التمرين 01 :

0,5 ..... 1: $z_1 = 3+2i$ ، $z_2 = 3-2i$

0,25 ..... 2. أ. تعليم النقط

0,5 ..... $Z = \frac{z_C - z_A}{z_C - z_B} = \frac{1+2i}{-2+i} = -i = e^{i(-\frac{\pi}{2})}$

ب. لدينا من السؤال السابق

0,5

$\begin{cases} AC = BC \\ (\vec{BC}, \vec{AC}) = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$ أو $\begin{cases} AC = BC \\ (\vec{CB}, \vec{CA}) = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$

وهو التعريف الهندسي للدوران مركزه C و زاويته $(-\frac{\pi}{2})$

ومنه A صورة B بـ $R(C; -\frac{\pi}{2})$

0,25 • نوع المثلث ABC: قائم في C ومتساوي الساقين

3) 0,5 $z_D = 2z_C + \underbrace{w(1-a)}_{b}$

مع $a = 2$ و $w = z_A$

نجد: $z_D = -1-6i$

4) أ. 0,5 $z_E = z_A - z_B + z_C = 5-4i$

نوع الرباعي $ABDE$

لدينا:

• $\frac{z_D + z_A}{2} = 1-2i = z_C$

0,5 • $\frac{z_B + z_E}{2} = 1-2i = z_C$

ومنه: القطران $[AD]$ و $[BE]$ متناصفان في النقطة C و $\begin{cases} CB = CA \\ [CA] \perp [CB] \end{cases}$

$[AD]$, $[BE]$ متناصفان متقايسان ومتعامدان

وعليه: فإن $ABDE$ مربع.

5) $|iz + 2 - 3i| = \|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\|$

$|i(z - 3 - 2i)| = \|\vec{ME}\|$

0,5 $|z - (3+2i)| = ME$; $(|i| = 1)$

$|z - z_A| = ME$

$MA = ME$

و (Δ) : هو محور $[AE]$.

التمرين 02

1. $f(x) = \frac{10x+5}{x+6}$

$f'(x) = \frac{55}{(x+6)^2} > 0$ ومنه: f متزايدة تماما على I

0,5

x	0	5
$f(x)$	$\frac{5}{6}$ ↗	5

من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq u_n \leq 5$

$n = 0$: $u_0 = 0$ و $0 \leq u_0 \leq 5$ (صحيحة)

0,5 ف. التراجع: $0 \leq u_n \leq 5$

ونبرهن على صحتها من أجل المرتبة $(n+1)$

أي: $0 \leq u_{n+1} \leq 5$ ؟

لدينا: $\left(\begin{array}{l} 0 \leq u_n \leq 5 \\ \text{و } f \text{ متزايدة تماما على } I \end{array} \right)$ ومنه.

$f(0) \leq f(u_n) \leq f(5)$

$0 \leq \frac{5}{6} \leq u_{n+1} \leq 5$ وهو المطلوب

(u_n) متزايدة تماما على I : $u_{n+1} > u_n$

(برهان بالتراجع)

$u_1 = f(u_0) = f(0) = \frac{5}{6} > 0$

أي: $u_1 > u_0$ صحيحة

0,5 ف. التراجع: $u_{n+1} > u_n$

ونبرهن على صحة $u_{n+2} > u_{n+1}$ ؟

لدينا: $\left(\begin{array}{l} u_{n+1} > u_n \text{ ف. التراجع} \\ f \text{ متزايدة تماما على } I \end{array} \right)$

ومنه. $f(u_{n+1}) > f(u_n)$

أي $u_{n+2} > u_{n+1}$ وهو المطلوب