Prepabac 2013 Prof : Remila	حساب النهايات	Serie 01 3 As

التمرين 1 : أحسب نهاية الدالة f عند أطراف المجال I في كل حالة :

$f(x)=-3x-1+\dfrac{9}{x-1}$ $I=\mathbb{R}-\{1\}$	$f(x)=(2-\dfrac{1}{x})(2x+3)$ $I=\mathbb{R}^*$
$f(x)=2x-\dfrac{7}{x+4}+\dfrac{3}{2-x}$ $I=\mathbb{R}-\{-4;2\}$	$f(x)=\dfrac{1}{(x-4)(2-x)}$ $I=\mathbb{R}-\{4;2\}$
$I=\mathbb{R}-\{-2\}\quad f(x)=8-\dfrac{5}{(x+2)^2}$	$f(x)=\dfrac{\lvert x-4\rvert-\lvert x+2\rvert}{x-1}$ $I=\mathbb{R}-\{1\}$

التمرين 2 : أحسب نهاية الدالة f عند x_0 في كل حالة :

$x_0=3$ ، $f(x)=\dfrac{-3x+4}{3-x}$	$x_0=2$ ، $f(x)=\dfrac{-3x^2+x+5}{x-2}$
$x_0\in\{0;-1\}\quad f(x)=\dfrac{3x^2-2x-8}{x^2+x}$	$x_0\in\{1;3\}\quad f(x)=\dfrac{-x^2+4x}{x^2-4x+3}$
$x_0\in\{1;-5\}\quad f(x)=\dfrac{4x+5}{-x^2-4x+5}$	$x_0=-1\quad f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+6x+3}{(x+1)^2}$
$x_0\in\{0;-1\}\quad f(x)=\dfrac{1}{x(x+1)}-\dfrac{1}{x}$	$x_0\in\{-2;3\}\quad f(x)=\dfrac{2x}{(x^2-x-6)^3}$
$f(x)=\dfrac{1}{(x-2)(x+3)}-\dfrac{1}{x-2}$ $x_0\in\{-3;2\}$	$f(x)=\dfrac{1}{x(x-2)^2}-\dfrac{1}{x^2-3x+2}$ $x_0\in\{0;1;2\}$

التمرين 3 : أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم عند $-\infty$ في كل حالة :

1) $f(x)=-5x^3-x^2+3$ 2) $f(x)=-x-3x^2+3x^3-1$

3) $f(x)=\dfrac{-2x^2+3}{2x-3}$ 4) $f(x)=\dfrac{5x^2-2x-4}{-3x^2+x+4}$ 5) $f(x)=\dfrac{x^2-2x^5-7}{x^2+x+6}$

6) $f(x)=\dfrac{3-x}{(x-3)^2}$ 7) $f(x)=\dfrac{2x^3+3x-1}{(2x-1)^3}$ 8) $f(x)=\dfrac{x^3}{2x^2-1}-\dfrac{x^2}{x+1}$

9) $f(x)=\dfrac{3x^2}{2x+1}-\dfrac{(2x-1)(3x^2+x+2)}{4x^2}$

التمرين 4 : باستعمال الإختزال أحسب النهايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-8}{(x-2)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3+1}{x^2-x-2}$ 3) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-2x}{-x^2-2x+8}$

4) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x^2-2x-8}{-2x^2+x+6}$ 5) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-3x^2+2x^4}{(1-x)^2}$

6) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-4x^2+5x-2}{x^3-7x+6}$ 7) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3-2x^2+x-2}{x^3-3x+4}$

8) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x^2-2x}}{x^2-4}$ 9) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x^2-3x+2}$ 10) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-x-6}}$

التمرين 5 : باستعمال التحليل أحسب مايلي :

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+1}+3x$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{4x^2+x+1}-x$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}2x+1-\sqrt{x^2+x-2}$ 4) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2+1}$

5) $\lim\limits_{x\to-\infty}2\sqrt{x^2+1}+2x$ 6) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{5x^2+11x-1}+3x-2$

7) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{2x^2+x-3}}{1-x}$ 8) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+2}-2}$ 9) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-\sqrt{x^2+1}}{x-\sqrt{4x^2+x}}$

10) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-\sqrt{x^2+x+1}}{2x+\sqrt{4x^2+x}}$ 11) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-1}{\sqrt{x^2+1}}-x$

التمرين 6 : باستعمال المرافق أحسب مايلي :

1) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x-5}{\sqrt{2x-1}-3}$ 2) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{x-1}-2}{x^2-25}$ 3) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{x+5}-\sqrt{2x+1}}{x-4}$

4) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}-1}$ 5) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{3x}}{x-1}$ 6) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3-\sqrt{4x+1}}{\sqrt{x+2}-2}$

7) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x^2-4}+x-2}{x^2-3x+2}$ 8) $\lim\limits_{x\to7}\dfrac{x^2-4x-21}{x-4-\sqrt{x+2}}$

9) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^3-7x^2+x+5}$ 10) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{4x^2+x+1}-2x$

11) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{4x^2+x+1}-2x-1$ 12) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+4x}-(x+2)$

13) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x}$

التمرين 7 : باستعمال تعريف العدد المشتق أحسب مايلي :

1) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{2}}{x-1}$ 2) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3}$ 3) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{2x^2-3}-\sqrt{5}}{x^2-4}$

4) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$ 5) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\dfrac{\cos x-\sqrt{3}\sin x}{x-\frac{\pi}{6}}$ 6) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\dfrac{2\sin x-1}{6x-\pi}$

7) $\lim\limits_{x\to\frac{4\pi}{3}}\dfrac{2\sin x+\sqrt{3}}{3x-4\pi}$ 8) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{\sin(4x-2)}{2x-1}$ 9) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos 2x-1}{x^2}$

10) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x}{x^2-\pi^2}$ 11) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\sin x}{\cos x-1}$ 12) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{\sqrt{x+1}-1}$

13) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{\sin 3x}{2\cos x-1}$ 14) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{2\cos x-1}{4\sin^2 x-3}$

التمرين 8 : علما أن $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1$ و $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x}=0$ أحسب مايلي :

1) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 2x}{3x}$ 2) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 4x}{\sin 3x}$ 3) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 3x}{x^2-x}$ 4) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x+\sin x}{x-\sin x}$

5) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2}{1-\cos^2 x}$ 6) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{\sin^2 x}$ 7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-\sin x}{1-\cos x}$

التمرين 9 :

1/ أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $\dfrac{1}{3}\le\dfrac{1}{2-\cos x}\le1$

ب- استنتج النهايات التالية : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x(2-\cos x)}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{2-\cos x}$

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x^2(2-\cos x)}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+\cos x}{2-\cos x}$

2/ أحسب النهايات التالية باستعمال المقارنة :

$\lim\limits_{x\to-\infty}-2x^2+x\cos x$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^2+\sin 2x}{5x^2+1}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-x+\cos x}{2x+1}$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\sin x}{x^2+1}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+2}{5-3\sin x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x}\sin x+\cos x}{x}$

التمرين 10 :

1/ باستعمال نهاية دالة مركبة أحسب مايلي :

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{2x^2-3}{x-1}\right)^5$ (1 ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{\frac{2x^2}{1-x}}$ (2 ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\cos\left(\frac{2\pi x-1}{3x-2}\right)$ (3

$\lim\limits_{x\to0}\cos\left(\pi\frac{\sin x}{x}\right)$ (4 ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+\sqrt{x}}{1-3\sqrt{x}}$ (5 ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}\pi}\frac{1-\cos x}{1+\cos x}$ (6

2/ إليك جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f(x)$	1	↘	0	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

أوجد باستعمال هذا الجدول نهايات الدالة g عند أطراف مجال تعريفها في كل حالة :

$g(x)=\frac{1}{f(x)}$ ، $g(x)=f(\frac{1}{x})$ ، $g(x)=f\circ f(x)$ ، $g(x)=\frac{1}{f(x)-1}$

$g(x)=f(x^2)$ ، $g(x)=\left[f(x)\right]^2$

3/ إليك جدولا تغيرات الدالتان f و g :

x	$-\infty$		-1		0		1		4		$+\infty$
$f(x)$	2	↘	0	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	2	↘	0	↗	2

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g(x)$	1	↗	2	↘	0	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	1

نعتبر الدالة h حيث : $h=g\circ f$

حدد مجموعة تعريف الدالة h ثم عين نهايات الدالة h عند أطراف مجال تعريفها .

التمرين 11 : أحسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة :

$\lim\limits_{x\to-2}\frac{x+2}{\sqrt{x^2-x-6}}$ (1 $\lim\limits_{x\to4}\frac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4}$ (2 $\lim\limits_{x\to1}\frac{x\sqrt{x}-1}{x^2+x-2}$ (3

$\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{\frac{x}{x+1}}-1\right)$ (4 $\lim\limits_{x\to0}\frac{x^2+3x}{x^2+\sin x}$ (5 $\lim\limits_{x\to+\infty}2x^2-\sqrt{4x+2}$ (6

$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}{\sin x}$ (7 $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^4+x^3-7x^2+8x-12}{x-2}$ (8

التمرين 12 :

فسر هندسيا النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)-2=0$ ، $\lim\limits_{x\to-3}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)+x=0$ ،

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x^2-1]=0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)-2x=1$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x+1]=0$

التمرين 13 :

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=\frac{2x^3-11x^2+25x-27}{(x-2)^2}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس.

1 – عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c و d بحيث من أجل كل $x\neq2$ فإن :

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x-2}+\frac{d}{(x-2)^2}$$

2 – أحسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

3 – بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما.

4 – أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

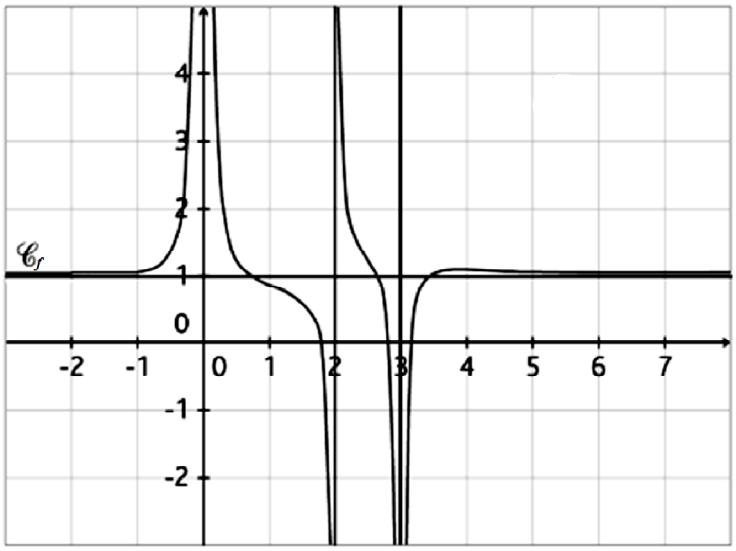
التمرين 14:

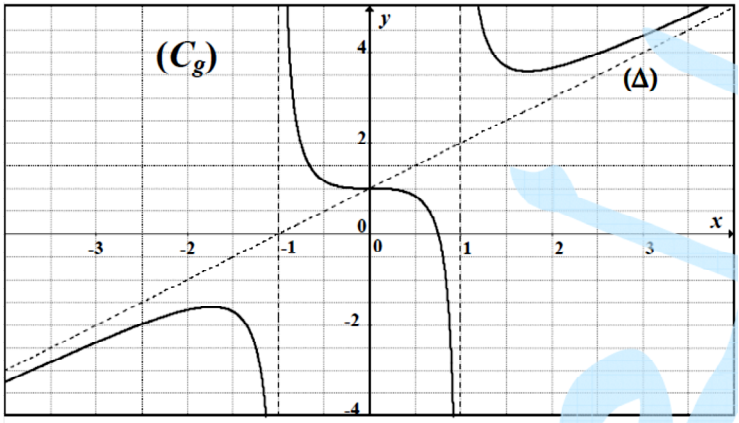
نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty,0]\cup[2,+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{x^2-2x}-2x+1$

1 – أحسب كل من : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ،

$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+3x-2]$ ، و فسر النتائج بيانيا.

التمرين 15 : إليك بياني الدالتين f و g





بقراءة بيانية :

1 – عين مجموعة تعريف كل دالة

2 – خمن النهايات عند حدود مجال تعريف كل دالة.

3 – عين المستقيمات المقاربة لكل منحنى و أكتب معادلاتها.

4 – أدرس وضعية كل منحنى بالنسبة لمستقيمها المقارب المائل (Δ) .