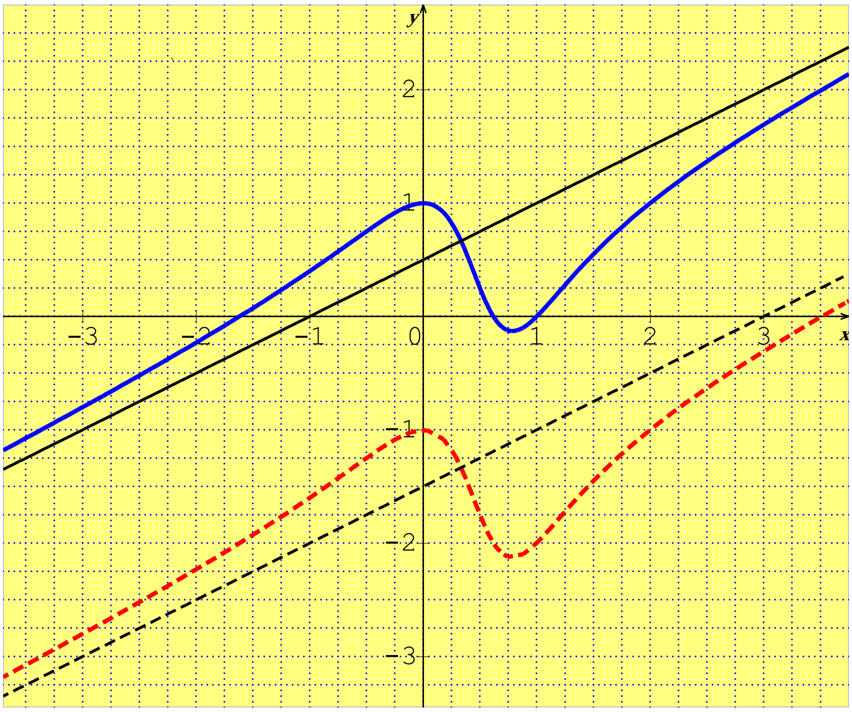
# مجلة الرائد في الرياضيات

********************

## تمارين الدوال العددية في البكالوريا بين يديك

### الشعب

### علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات




إعداد الأستاذ:

**بالعبيدي محمد العربي**

larbibelabidi@gmail.com


**2016-2015**

# الجـــزء الأول

## بكالوريات شعبة :العلوم تجريبية

### التمرين01:: جوان2014

I-لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) أ)احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ .

ب)ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,7\prec\alpha\prec0,8$.

ب)استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II-نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$.

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ : $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

ب) استنتج أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ يطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و $(\Delta)$.

3) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ : $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث $f'$ مشتقة الدالة f.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f (نأخذ $f(\alpha)\approx-0,1$).

4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ .

5) أنشئ المستقيم $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$.

6) لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$.

و $(C_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

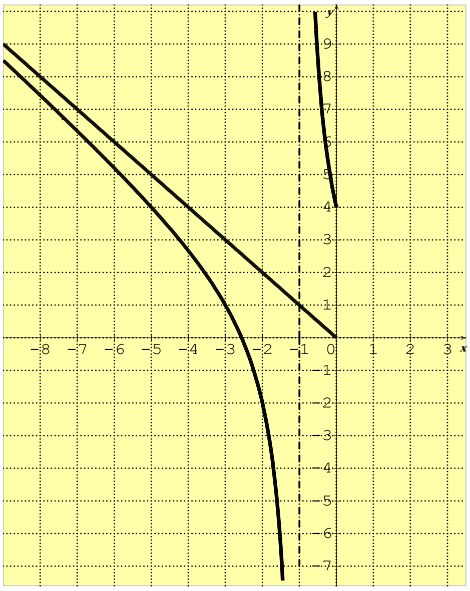
أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.

ب) أستنتج أن $(C_h)$ هو صورة $(C_f)$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أنشئ $(C_h)$.

### التمرين02:: جوان2009

I) f دالة معرّفة على المجال $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ: $f(x)=-x+\dfrac{4}{x+1}$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامدومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ كما هو مبين في الشكل



1) أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I

ب) بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه f شكل جدول تغيراتها.

2) g دالة معرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x+\dfrac{4}{x+1}$

و $(C_g)$ تمثيلها البياني .أ) أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) تحقق من أن $(C_g)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ عند $+\infty$

يطلب تعيين معادلة له.

جـ) أدرس نغيرات g.

II) k دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $k(x)=|x|+\dfrac{4}{x+1}$

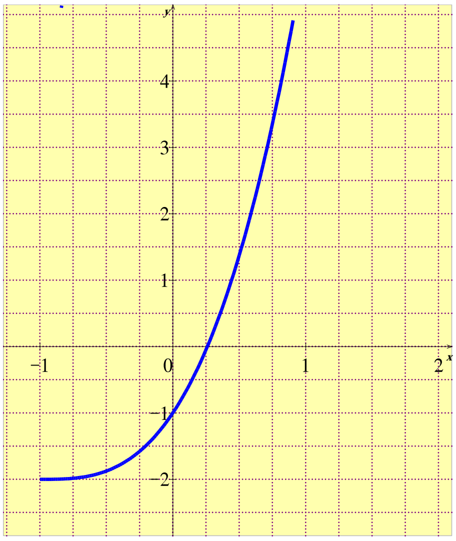
1) أ) أحسب $\lim\limits_{h\xrightarrow{>}0}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{h\xrightarrow{<}0}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج

ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

2) أكتب معادلتي نصفي المماسين $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أرسم $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ و $(C_k)$

## التمرين03:: جوان2008



المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g

المعرفة على المجال $I=]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$

1-أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g

وحدّد $g(0)$ وإشارة $g(0,5)$

ب) علّل وجودعدد حقيقي $\alpha\in]0;0,5[$ يحقق: $g(\alpha)=0$

جـ) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I

2) f دالة معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ و $(\Gamma)$ تمثيلها البياني

أ) تحقق أنه من أجل كل $x\in I$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

ب) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

جـ) جد $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ فسر النتيجتين بيانيا . د) شكل جدول تغيرات f

3) نأخذ: $\alpha=0,26$ . أ) عين مدور $f(\alpha)$ إلى $10^{-2}$ . ب) أرسم المنحنى $(\Gamma)$ .

# بكالوريات شعبة :تقني رياضي

## التمرين04:: جوان2009

f دالة معرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$ و$(C_f)$منحنى fفي مستو منسوب لمعلم متعامدومتجانس

1) أدرس تغيرات الدالة f .

2-أ) بين أن $(C_f)$يقبل مقاربين أحدهما(D) : $y=x$ .

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى $(C_f)$و(D) .

3-أ)بين أن المنحنى$(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $x_0$ حيث $1,3 \prec x_0 \prec 1,4$ .

ب) أكتب معادلة $(\Delta)$مماسا للمنحنى $(C_f)$في نقطة تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور التراتيب.

جـ)أرسم $(\Delta)$ و $(C_f)$ في نفس المعلم.

4) f دالة معرّفة على المجال$]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=|f(x)|$ واليكن $(C_g)$منحنى الدالة g في نفس المعلم.

أ)بين كيف يمكن إنشاء $(C_g)$انطلاقا من $(C_f)$ثم أرسمه.

ب)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $g(x)=m^2$

## التمرين05: جوان2010

fدالة معرّفة على $\mathbb{R}$بـ: $f(x)=x\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

و $(C_f)$تمثيلها البياني في المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)بيّن أن f دالة فردية.

2)اثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ : $f'(x)=1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

3)ادرس تغيرات الدالة f.

4)اكتب معادلة للماس(T) لـ$(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0

5)أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى(T)واستنتج أن $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

6)بيّن أن المستقيم(D)ذو المعادلة y=x+1 مقارب لـ$(C_f)$ في جوار $+\infty$

ثم استنتج معادلة(D')المستقيم المقارب الآخر

7)أرسم (D)و (D') و $(C_f)$ في المعلم السابق.

8)g دالة معرّفة على $\mathbb{R}$بـ: $g(x)=|x|\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

أ)بيّن أن الدالة g زوجية. ب)إنطلاقا من $(C_f)$ أرسم $(C_g)$ في نفس المعلم السابق.

# الجـــزء الثاني

## بكالوريات النظام القديم

### التمرين06: جوان1997(علوم ط)

1) لتكن الدالة العددية f والمعرفة $\mathbb{R}-\{-1\}$ كمايلي: $f(x)=2x+3-\frac{1}{(x+1)^2}$

نسمي (C) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

- بين أن أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$ ، $f'(x)=\frac{2(x+2)(x^2+x+1)}{(x+1)^3}$
- أدرس تغيرات الدالة f.
- أكتب معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمنحنى (C)
- بين أن المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $x_0\in\left]-\frac{3}{8};-\frac{1}{4}\right[$
- أكتب معادلة مماس المنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.
- أرسم المنحنى (C)

2) mعدد حقيقي . أستعمل المنحنى (C) لدراسة قيم m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $2x^3+(7-m)x^2+2(4-m)x+2-m=0$

### التمرين07: جوان1997 جنوب(علوم)

لتكن الدالة العددية f والمعرفة $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ كمايلي: $f(x)=\frac{2x^2+x-3}{4x+2}$

1-عين العددين الحقيقين a ، b بحيث من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$: $f(x)=ax+\frac{b}{4x+2}$

2-أدرس تغيرات الدالة f.

نسمي $(C_f)$ المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

4)أكتب معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمنحنى $(C_f)$

5)عين إحداثيات تقاطع المنحنى $(C_f)$ وحامل محور الفواصل.

4)بين أن $(C_f)$ يقبل مركز تناظر ω إحداثياها $(-\frac{1}{2};\frac{1}{4})$

7)أكتب معادلة مماس المنحنى $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 0

8)أرسم المنحنى $(C_f)$

## التمرين08: جوان1997 غرب(علوم ط)

لتكن الدالة العددية f والمعرفة $\mathbb{R}-\{-1\}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$

نسمي $(C_f)$ المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1 )عيّن الأعداد الحقيقية $\alpha$ $\beta$، $\gamma$ بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1\}$.

$$f(x)=\alpha x+\frac{\beta}{(x+1)}+\frac{\gamma}{(x+1)^2}$$

2 )أدرس تغيرات الدالة تا.

3 )عيّن المستقيمين المقاربين للمنحني $(C_f)$.

أدرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل.

أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل

4)أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحني $(C_f)$ في النقطة التي فاصلتها 1.

5)أنشئ المماس خطأ! الإشارة المرجعية غير معرّفة. والمنحنى $(C_f)$

## التمرين09: جوان1996 (علوم د)

**I**- لتكن الدالة العددية f والمعرفة $]-\infty;-2]\cup[2;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+\sqrt{x^2-4})$

1-عين مجموعة اشتقاق الدالة f.

2-أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين العدد2 ، ثم على يسار العدد (-2) .

3-أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .علّل }إجابتك.

4-أحسب الدالة المشتقة للدالة f ، ثم أدرس تغيرات الدالة f.

**II**- يرمز $(\Gamma)$ المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- بين أن المنحنى $(\Gamma)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين $(\Delta)$ و $(\Delta')$ يطلب تعيين معادلتيهما.

2-أدرس وضعية كل من $(\Delta)$ و $(\Delta')$ بالنسبة للمنحنى $(\Gamma)$.

3-أدرس ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، وجود وعدد المماسات للمنحنى $(\Gamma)$ التي ميلها m .

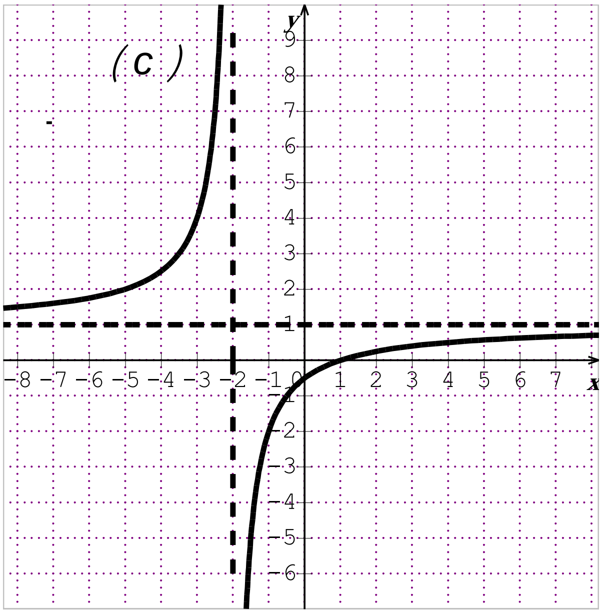
ثم أكتب معادلة للماس الذي معامل توجيهه $\dfrac{4}{3}$ .

4-أرسم بعناية المنحنى $(\Gamma)$.

# الجـــزء الثالث

## تمارين مقترحة

### التمرين10:




$g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ ، $(c_g)$ التمثيل البياني في مستوى منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس(الشكل المقابل)

1. بقراءة بيانية :

أ . شكل جدول تغيرات g

ب. عين قيم x التي يكون من أجلها $0 \prec g(x) \prec 1$

جـ .حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم x

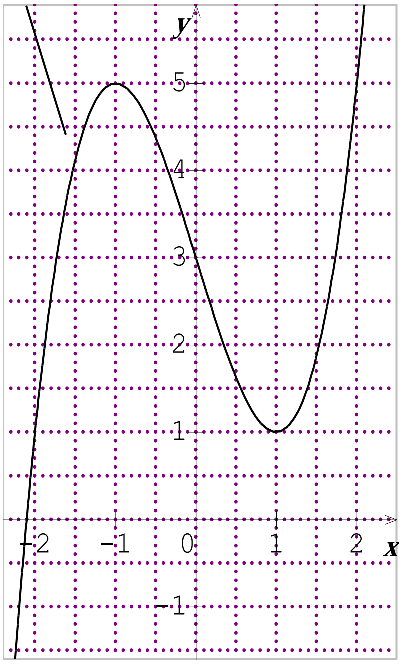
2. f الدالة المعرفة على $[-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=g(x^2)$

أ. احسب $f(-2)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب. حدد اتجاه تغير الدالة f على $[-2;+\infty[$ شكل جدول تغيراتها .

جـ . ارسم المنحنى $(c_f)$

### التمرين11:




I- المنحنى $(C_g)$ الموالي هو التمثيل البياني للدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^3-3x+3$.

1. بقراءة بيانيّة:

ا)عيّن $g(-1)$؛ $g(1)$، $g'(0)$

ب) شكّل جدول تغيّرات g.

2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيداً $\alpha$ في المجال $]-2,2;-2,1[$ ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$.

II- لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=\frac{1}{8}(-x^4+6x^2-12x)$$

1.ا)بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-\frac{1}{2}g(x)$.

ب)استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، و شكّل جدول تغيّراتها.

2. بيّن أنّ $f(\alpha)=\frac{3}{8}(\alpha^2-3\alpha)$ ، ثمّ احصر $f(\alpha)$.

III- لتكن الدالة $k$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $k(x)=\frac{1}{8}(-x^4+6x^2-12|x|)$.

وليكن $(C_k)$ تمثيلها البياني(رسم $(C_k)$ غير مطلوب).

1.تحقق أنّ $k$ زوجيّة.

2.دون دراسة تغيّرات $k$، استنتج جدول تغيّراتها.

3.هل $k$ مستمرّة عند0؟ علّل إجابتك.

## التمرين12

$f$دالة معرفة ومستمرة وقابلة للإشتقاق على كلا من $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$ جدوال تغيراتها التالي:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $4$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty \;\Vert\; +\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-2$ |

والـيكن $(C)$تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1-أ)فسر بيانيا، كل نهاية لـ $f$،عيّن نهاية $f\left(\frac{1}{x}\right)$ عند $+\infty$.

ب)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=\frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا على $]2;3[$.

2- $g$ دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بالشكل : $g(x)=\frac{1}{f(x)};x\neq 2$ و $g(2)=0$

أ) بيّن أن $g$ مستمرة عند العدد 2 .

ب)عين نهايات الدالة $g$ عند $+\infty$، $-\infty$ و3.

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة $g$.

## التمرين13:

I) لتكن الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $D=]-1,+\infty[$ بـ: $g(x)=x^3-3x-4$

1) شكل جدول تغيرات $g$

2) علل وجود عدد حقيقي وحيد$\alpha$حيث$\alpha\in]2;2,25[$ يحقق $g(\alpha)=0$

استنتج اشارة$g(x)$على المجالD

II)$f$ الدالة معرّفة على $I=]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2(x+2)}{x^2-1}$

و $(\Gamma)$ تمثيلها البياني في معلم متعامدومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب نهايات f عند الحدود المفتوحة للمجال I

2) تحقق أنه من أجل كل x من المجال I فإن: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2-1)^2}$ ثم استنتج إشارته.

3) ارسم جدول تغيرات الدالة f، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$

4) بين ان $(\Gamma)$ يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة من بينها مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$ معادلته: $y=x+2$

أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(\Gamma)$ والمستقيم $(\Delta)$.

5) إنشئ المنحنى $(\Gamma)$ والمستقيم $(\Delta)$.

## التمرين14:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=-x+\dfrac{x-2}{x^2+1}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2) بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن $f'(x)=\dfrac{-x(x-1)(x^2+x+4)}{(x^2+1)^2}$ .

3) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=-x$ مستقيم مقارب مائل لـ $(C_f)$ ثم حدد وضعية $(C_f)$ بالنسبة لـ (D)

5) عين معادلة المماس للمنحنى $(C_f)$ عن النقطة التي فاصلتها $-1$.

استنتج قيمة تقريبية لـ $f(-1.25)$.

6) أرسم (D) و $(C_f)$.

7) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ و $(C_g)$ تمثيلها البياني . إذا علمت أن $(C_g)$ هو صورة $(C_f)$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\binom{-1}{1}$ عين عبارة g(x) ثم أرسم $(C_g)$.

## التمرين15:

f دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=|x|+\sqrt{x^2-1}$ واليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس شفعية الدالة f ثم احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

2) بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x]$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) أدرس قابلية اشتقاق f عند 1 من اليمين ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

4)أدرس إتجاه تغير f على $[1;+\infty[$ ثم استنتج إتجاه تغيراتها $]-\infty;-1]$ وشكل جدول تغيراتها
5) بين أن $(C)$ يقطع المستقيم ذي المعادلة $2y=5$: في نقطة وحيدة فاصلتها $\alpha$ حيث: $1\prec\alpha\prec2$
6) أرسم المستقيمات المقاربة والمنحنى $(C)$ .

## التمرين16:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{x-8}{x^2+1}$ و$(C)$ تمثيلها البياني
1) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3+3x-16$
أ) أدرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها.
ب) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا واحدا حقيقيا $\alpha$ على المجال $]2{,}1\,;2{,}2[$
جـ) استنتج حسب قيم x، إشارة $g(x)$.
2) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$
ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$. ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f.
3) أ) بين أن المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=x$ مستقيم مقارب للمنحنى $(C)$.
ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$.
4) أ) عين معادلة المماس $(d)$ لـ $(C)$ عند النقطة A ذات الفاصلة 1
ب) بين أن $f(\alpha)=\dfrac{3(8-\alpha)}{\alpha^2+1}$، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.
5) أرسم $(\Delta)$، $(d)$ و $(C)$ ( نأخذ $f(\alpha)\approx3$)

## التمرين17:

f دالة معرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=x-1+\dfrac{4}{x^2}$ و$(C)$ تمثيلها البياني
1) g الدالة المعرفة على $x\in\mathbb{R}_-^*$ بـ: $g(x)=x^3-x^2+4$
أ) أدرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها.
ب) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]-1{,}5;-1[$
2) أ) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}f(x)$ ماذا تستنتج؟ .
ب) احسب $\lim\limits_{x\to\mp\infty}f(x)$ و استنتج أن $(C)$ يقبل مستقيم مقارب مائل .
جـ) بين أنه من أجل كل عدد $x\in\mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x)=1-\dfrac{8}{x^3}$ .

د)بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}_-^*$ : $f'(x) \prec 0$ و احسب $f'(2)$ ثم استنتج أشارة $f'(x)$ على $x \in \mathbb{R}_+^*$

ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ على $\mathbb{R}^*$ .

3) أ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C)$ و المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y = x - 1$ .

ب) عين معادلة المماس $(d)$ للمنحنى $(C)$ عند النقطة التي فاصلتها $-1$ .

4) أ) احسب $f(\alpha)$ .  ب) أرسم $(\Delta)$، $(d)$ و $(C)$.

## التمرين18:

أ) لتكن $h$ دالة عددية للمتغير الحقيقي $x$ والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 5$

1) أدرس تغيرات الدالة $h$ .

2) بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث: $0 \le \alpha \le 1$، ثم استنتج إشارة $h(x)$

ب) لتكن $f$ دالة للمتغير الحقيقي $x$ والمعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x + 1}{(x+1)^2}$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول :2cm )

1)عين $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ ، فسر النتيجة .احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2)بين أنه من أجل كل $x$ من $]-1;+\infty[$ فإن: $f'(x) = \dfrac{h(x)}{(x+1)^3}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

3)بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذوالمعادلة: $y=x-2$ مقارب لـ $(C_f)$ عند $+\infty$ .

حدد وضعية $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$.

4) بين أنه يوجد مماسا $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ معامل توجيهه $-5$ عند نقطة $A$ يطلب تعيين أحداثييها.

5) أرسم بكل عناية المستقيمات المقاربة ، والمماس $(T)$ والمنحنى $(C_f)$. (عند الرسم نأخذ $\alpha = 0{,}8$)

## التمرين19:

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = |x+1| + \dfrac{1}{x-1}$ ، $C_f$ تمثيلها البياني

1)أحسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} \dfrac{f(x) - f(-1)}{x+1}$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} \dfrac{f(x) - f(-1)}{x+1}$ ماذا تستنتج ؟ فسر النتيجة بيانيا

2)جد معادلتي نصفي المماسين عند النقطةالتي فاصلتها $-1$

3) أدرس تغيرات الدالة $f$

4) بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل ثلاثة مستقيمات مقاربة يطلب تعيين معادلاتها.

5)بين أن $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فقط يطلب تعيين فاصلتاهما.

6) إنشئ المنحى $(C_f)$

7)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة:

$$|x+1|(x-1) = m(x-1) - 1$$

## التمرين20:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x-2}$ و$(C_f)$ تمثيلها البياني.

1)عين الأعداد الحقيقية a، b وc بحيث يكون لـ$(C_f)$ مستقيم مقارب معادلته : $y=x-3$ ويقبل قيمة حدية عند النقطة التي فاصلتها3 .

2) أدرس تغيرات الدالة f.

3)أثبت أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسين $(D_1)$ و$(D_2)$ معامل توجيه كل منهما (3-)، يطلب إعطاء إحداثيات نقطتي التماس $M_1$ و$M_2$ ومعادلتي المماسين $(D_1)$ و $(D_2)$

4)أرسم بدقة المماسين $(D_1)$ و $(D_2)$ ثم المنحنى $(C_f)$.

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta_m)$ الذي معادلته: $y+3x-m=0$

6) f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بـ: $g(x)=f(|x|)$

أ) بين أن الدالة زوجية.

ب) أدرس قابلية إشتقاق g عند 0

جـ) بين أنه يمكن إنشاء $(C_g)$ منحنى g إنطلاقا من $(C_f)$ ، ثم أرسم $(C_g)$ في نفس المعلم السابق.

## التمرين21:

I- f دالة معرفة على $D_f=\mathbb{R}-\{-1,+1\}$ بـِ : $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$. نسمّي$(C_f)$ تمثيلها البياني

1)ادرس تغيرات الدالة f.

2)دون اللجوء إلى المشتق الثاني ،بيّن أنّ$(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيّيْها.

3)من أجل كل عدد حقيقي x من $D_f$ احسب$f(-x)+f(x)$ ثم أعط تفسيرا هندسيّا لهذه النتيجة

4)تحقّق أنّ$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$ و $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(f(x)-x)=1$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى $(C_f)$؟

5)أثبت أنّ $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $\alpha$ من المجال $]-1,+1[$ .

6)أنشئ المنحنى$(C_f)$ . (نأخذ $\alpha\simeq0,75$)

II- k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1,+1\}$ بـِ: $k(x)=f(|x|)$.

ا- ادرس قابليّة اشتقاق الدالة k عند0 .

ب- دون دراسة تغيّرات k ، استنتج إنشاء منحنيها$(C_K)$ انطلاقا من$(C_f)$ في نفس المعلم السابق.

## التمرين22:

لتكن الدالة العدديّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $f(x)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

يرمز $(C_f)$ إلى منحنيها في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$؛ [$\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$].

1) بيّن أنّ $\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ ، ثمّ فسّر النتيجتيْن هندسيّا.

2) أثبت أنه ، مهما كان x من $\mathbb{R}$ : $f'(x)=\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4) x عدد حقيقي كيفي ؛ احسب $f(-x)+f(x)$، ثمّ فسّر النتيجة هندسيّا .

5) اكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحني $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

6) في هذا السؤال، نريد أن ندرس وضعيّة $(C_f)$ بالنسبة إلى المماس $(\Delta)$:

ا- تحقق أنّ إشارة $f(x)-y$ هي من إشارة $-x$ .

ب- ادرس وضعيّة $(C_f)$ بالنسبة إلى المماس $(\Delta)$. ماذا تستنتج؟

7) ارسم المماس $(\Delta)$، ثمّ المنحني $(C_f)$.

8) ناقش بيانيّا،حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد و إشارة حلول المعادلة : $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}=mx$

## التمرين23:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=\frac{2x^3+7x^2+8x+2}{(x+1)^2}$

$(C)$ المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس

**I-1**- عين الاعداد a ، b و c بحيث يكون من اجل $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$ : $f(x)=ax+b+\frac{c}{(x+1)^2}$

**2**- أحسب نهايات الدالة f على المجال $\mathbb{R}-\{-1\}$ .

**3**-أ) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ : $f'(x)=\frac{2(x+2)(x^2+x+1)}{(x+1)^3}$

ب)- ادرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

4- بين ان المنحني $(C)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$ يطلب تعين معادلته .

- ادرس وضعية المنحنى $(C)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$

5-اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد $x_0 \in \left]-\frac{3}{8};-\frac{1}{4}\right[$

**6**- أكتب معادلة المماس $(D)$ للمنحنى $(C)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

**7**- ارسم كلا من $(\Delta)$ و $(D)$ و $(C)$

**8**- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $f(x)=m$

## التمرين:24

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+\sqrt{x^2+8}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

2) بين أن $x-\sqrt{x^2+8} \prec 0$ من أجل كل عدد حقيقي x

3) أحسب $f'(x)$ واستنتج إشارته ثم شكل جدول تغيرات f.

4) بين أن المستقيم $(\Delta): y=-2x$ مقارب للمنحنى $(C_f)$

5) أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة لـ $(\Delta)$

6) أحسب $f(0)$، ثم أرسم $(\Delta)$ و $(C_f)$.

7) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-x-\sqrt{x^2+8}$

واليكن $(C_g)$ تمثيلها البياني في ا لمعلم السابق.

بين أن $(C_g)$ و $(C_f)$ متناظران بالنسبة للمبدأ O ثم أرسم $(C_g)$

## التمرين:25

I - g دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^3-3x-3$ يرمز $(C_g)$ إلى منحنيها البياني

1) ادرس تغيّرات الدالة g .

2) أثبت أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيداً $\alpha$ من المجال $]2,1;2,2[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ .

3) x عدد حقيقي كيفي من $\mathbb{R}$؛ احسب $g(-x)+g(x)$، ثم فسّر النتيجة بيانيّا .

II-f دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;+1\}$ بـ : $f(x)=\frac{2x^3+3}{x^2-1}$ يرمز $(C_f)$ إلى منحنيها البياني

1) بيّن- من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1;+1\}$ : $f'(x)=\frac{2x.g(x)}{(x^2-1)^2}$

2) ادرس تغيّرات الدالة f .

3) أثبت أنّ $f(\alpha)=3\alpha$ ، و استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ .

4) برهن أنّ المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=2x$ مقارب مائل لـ $(C_f)$

-ادرس وضعيّة $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$

5) بيّن أنه يوجد مماسان لـ $(C_f)$ يوازيان $(\Delta)$ .(يطلب إعطاء فاصلتيْ نقطتيْ التّماس فقط).

6) أنشئ المنحني $(C_f)$ .

7) ناقش بيانيّا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد و إشارة حلول المعادلة :

$2x^3-mx^2+m+3=0$ .

III- $h$ دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;+1\}$ بـ : $h(x)=\dfrac{2|x|^3+3}{x^2-1}$

1) أثبت أنّ $h$ دالة زوجيّة.

2) بيّن أنه يمكن استنتاج $(C_h)$ من $(C_f)$، ثم أنشئه في نفس المعلم.